in the name of GOD

Sharif University of Technology **Department of Aerospace Engineering**

Introduction to Computational Fluid Dynamics (45-406)

Fall Semester 93-94 (1)

Instructor: Masoud Darbandi (Professor)

Office: Aerospace Eng. Dept., **Room:** 315, **Tel:** 66161 Ext.4644, **Email:** prof.darbandi@gmail.com

Office Hours: 16:30-18:30 (Saturdays and Mondays)

Lecture Hours: 15:00-16:30 (Saturdays and Mondays) **Class Place**: Audio/Visual room 2

Workshop Hours: same as lecture hours. **Workshop Place**: Audio/Visual room 2

TA's : 1-Ali Behrouzifar (HPCL Lab) 2- Mohsen Mohammadi (Room 204)

- **Course Objective**

The main objective of this course is to practice one of the most well-known and powerful commercial Computational Fluid Dynamics software. Besides exercising a commercial code, this course tries to enrich the student knowledge on the basic theories behind the CFD. So, the students are eventually expected to be readily involved in industry problems for different reasons such as 1- performing a preliminary step in design, 2- improving the design of an existing system, and 3- analyzing an encountered system failure and give a solution. To achieve a better outcome, the students are asked to engage with several different real fluid dynamics problems with no available either analytical solutions or experimental data.

- **Course Prerequisites**

A suitable background in Fluid Mechanics I, Aerodynamics I and II, and Partial Differential Equations

- **Class Absence Policy**

The students are required to attend all the class and workshop sessions. There is a penalty of 0.25 (out of 20) mark reduction for each unreasonable absence.

- **Course Work:**

Each student is required to work on one major CFD project. The project is different for each individual student. The instructor assigns them. The student performs his/her progress by presenting three progress reports during the class progress. The details are explained during the course work. Students may wish to work on other term projects than those determined by the instructor. Such cases might be negotiated.

- **Marking Strategy:**

Activity	Mark	Deadlines
Term project part 1	(10-20)%	Saturday **Aban 3**
Term project part 2	(15-25)%	Saturday **Azar 1**
Term project part 3	(30-50)%	Saturday **Bahman 4**
Final Exam	(15-30)%	**93/10/16**

term project

Note 1: There are daily penalties for delivery after the above proposed deadlines.
Note 2: The term project reports must be provided in official report format.

- **References:**
  1. Fluent User Manual Guide
  2. Fluent Tutorials.

- **Class and workshop contents:**

Please see the reverse side

Class topics (including but not limited to)

1) The Computational Fluid Dynamics
   - What is CFD?
   - Computational vs. experimental and analytical fluid dynamics
2) The need for grid generation, distribution, and modification
3) Grid processing; finite-volume vs. finite-difference and finite-element
4) Grid advancements
5) Finite-difference method and the concept of order in CFD schemes
6) Finite-volume method
7) Convection and Diffusion Physics of flow and the necessary considerations in CFD
8) CFD methods, e.g.,
   - Implicit vs. Explicit schemes
   - Under-relaxation and Over-relaxation strategies
9) Nonlinearity and the need for iterations
10) CFD algorithms, e.g.,
    - Segregated vs. coupled algorithms
11) Steady approach vs. unsteady approach and their stability limitations
12) Errors in Computational Fluid Dynamics, e.g.,
    - Dissipation and False diffusion errors
    - Dispersion error
13) Boundary and initial conditions
14) Code validation
15) Inviscid flow vs. viscous flow
16) Turbulence modelings
17) False diffusion, dissipation, dispersion phenomena
18) Physics of the governing equations
    - Elliptic, hyperbolic, and parabolic behaviors
    - Explicit vs. Implicit
19) Staggered grid vs. collocated grid

Workshop activities (including but not limited to)

1) Software installation and preparation
2) 2D & 3D grid generation (structured)
3) 2D & 3D grid generation (unstructured)
4) Importing 3D geometries from other well-known grid generator softwares, Boundary layer modeling
5) Internal flow modeling
6) Laminar pipe flow modeling
7) External flow modeling
8) Unsteady flow modeling
9) Heat transfer modeling
10) Turbulence modeling
11) Compressible subsonic flow modeling
12) Compressible supersonic flow modeling
13) Parallel processing
14) UDF usage
15) Advanced post processing and preparing technical reports

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی اول: ۹۳/۷/۳۱

تئوری ۱: جایگاه CFD

مثال ۱) ببینید شرایط پروازی موشک‌ها با wraparound با یک بال چه جور طراحی‌ای!؟

چگونه این خواسته محقق شود؟ در بازه فرکانس ما؟ آزمایش؟ سوال ما؟

سعی و خطا؟ تحلیل؟ تجربی؟

Need: fin modification → wraparound

↓ Experimental
- comp. sub. wind tunnel ✗
- incomp. → Re (رینولدز)

→ DATCOM

↘ Analytic:
- Navier-Stokes → No Sol. ✗ ⟹ CFD
- time + spacial = press + viscous
- $\frac{\partial}{\partial t}$ $\frac{\partial}{\partial n}$ $\frac{\partial}{\partial x}$ $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$
- ↓ No viscousity ⇒ Euler ☹
- ↓ stable, incomp, irrotational → Laplace $\nabla^2 \phi = 0$
  - B.C. فقط باید بدانیم ?

CFD:
- 1st Model
- 2nd Model
- 3rd Model
- نیروی برآ یک نقطه

① Numerical Methods:

1- finite Element 2- finite difference 3- finite Vol.

② روش‌های گسسته‌سازی ③ CFD نرم‌افزار ⟹ (+ Software) Fluent

?

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی دوم: ۹۳/۷/۵

Workshop 1

نرم افزار Gambit تنها گسسته‌سازی می‌کند. می‌توان CAD را وارد کرد.

Journal ← کل دستورهای تایپی Command ها.

Import / Export ← Mesh مهم‌ترین گزینه است.

Solver: سالور Fluent 5/6 - Generic: کدنویسی خودش در text ها یابی

اگه در نرم‌افزار خاصی کار کنیم.

• parts: 1- Geometry 2- Mesh 3- B.C. (Operation)

Geometries: point → line → Closed lines = plane → Closed plane = Vol

Global Control: Graphical Design.

Ex: Mouse = left middle (transfer) Right → zoom shaded / Hidden / Wire frame

1- Fit to window 2- Orient Model → Right click 3- Render Model 4- Config.

Active / Deactive.

Geometries: Delete,

Point: Vertex- Create / Move/Copy Vertex /

- shift + click = Right left screen. انتخاب شکل از روی

- spline and Conic: shape parameter / 0.5 / <0.5 / >0.5

- Revolve: Arc / split / Subtrac

«بسم الله الرحمن الرحیم»

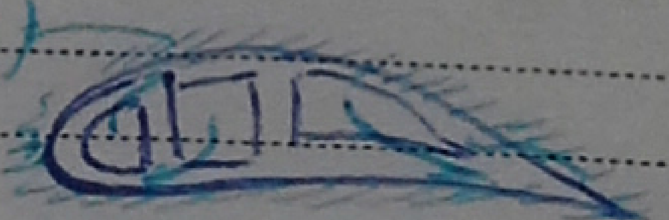
جلسه سوم: ۹۳/۷/۷

سی‌اف‌دی - ۲

چرا به CFD نیاز داریم؟

مثال: با بالا بردن دما در قطعات احتراقی شکل می‌توان باعث افزایش طول و راندمان می‌شود. اما راه‌حل آن [illegible]

پدیده [illegible] → مدل ریاضی → CFD → طرح ۱ / طرح ۲ / طرح ۳



پره‌ها

[illegible] ۱- [illegible]
۲- نظم [illegible]
۳-

«بسم الله الرحمن الرحیم»

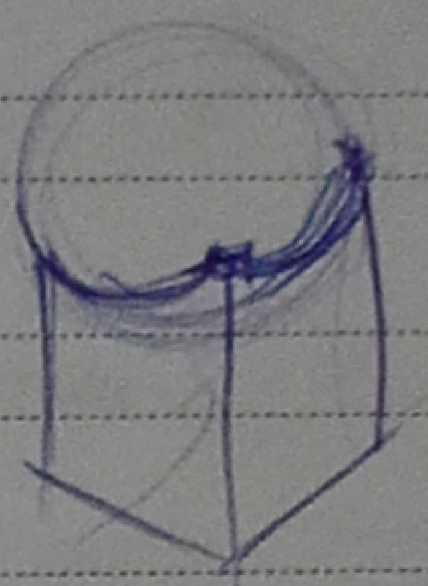
جلسه چهارم: ۱۲/۷/۹۳

Workshop II

1. Face   Form face; (→ Blue)   2. Geometry: create face   3. Boolean Operation:

- subtract → ([illegible]) → (Retain) 3. Info.
- unite
- intersect

Examples: _

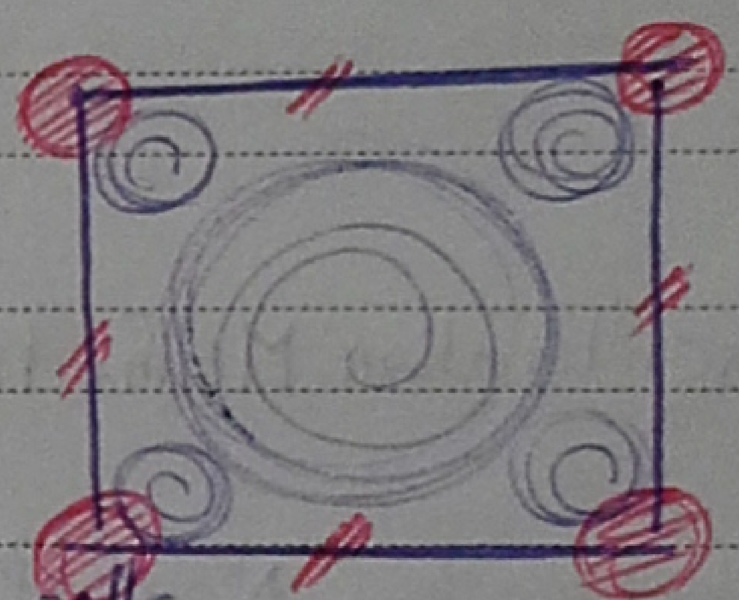


4. Sweep (Extrude)

*** برای انتخاب faceها شیفت را گرفته انتخاب می‌کنیم.

Types: rigid / perpendicular → for twists

نسبت به محور z می‌چرخد. نسبت به خودش. بنابراین یک transfer هم دارد.



Mesh Generation Tools:

for example, in the regions with intense gradiant, need smaller cells.

Edge ← (Mesh) _ Spacing: interval size / Count /   Ratio: هنگامی مش‌ها به سمت ← می‌رود

(Double Ratio)

هرچه تعدادها بیشتر باشد، دقت هم افزایش یابد [illegible]

اکنون می‌رویم سراغ مش زدن face. اگر بخواهیم خود Gambit اتوماتیک مش بدهد روی Edge را انتخاب می‌کند.

Type: according to a function

- Face : Elements: Spacing:
  Type:

Delete: ☐ Remove unused lower mesh

Mesh faces: Remove old face / Remove lower face

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه ششم: ۹۳/۷/۱۳

*** Theory (II)**

(Finite diff/vol/elem.)

پدیده → معادلات حاکم ریاضی (some choices) → شبکه Gambit → روش حل عددی / گسسته سازی معادلات ریاضی (some choices) ، شرایط مرزی و اولیه CFD (some choices) ، ترسیم نتایج CFD (some choices)

→ Computer حل عددی

X-momentum: $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re}\nabla \tau_x$?

(PDE حل عددی معادلات) = CFD

در کل روش های گسسته سازی:

سه مورد: Equations ، نرخ همگرایی شار و ... ، under-relaxation factors ، Discretization (گسسته سازی) ؛

+ Discretization Methods:

- Example: Nozzle Flow: the relation between points according to Equations.

using finite difference method: (Based on Taylor Series)

- finite vol uses the mesh volumes, but finite difference uses points.

(A, B) - First order differences: 1st order forward: $\frac{df}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$; $\frac{df}{dx} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$

(A − B) - Second order: $\frac{df}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$

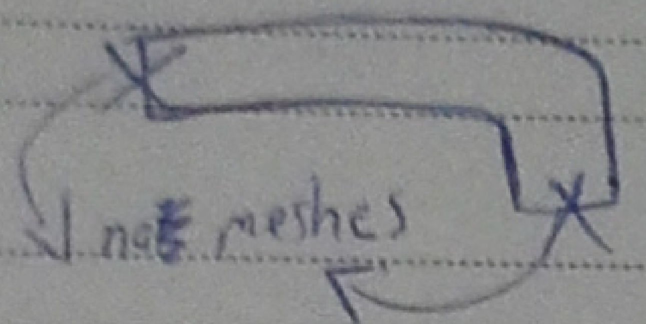
(A + B) $\frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2)$

? - fourth order: $\frac{-f_{i+2} + 16 f_{i+1} - 30 f_i + 16 f_{i-1} - f_{i-2}}{12 (\Delta x)^2} + O(\Delta x^4)$ (تمرین: اثبات کنید)

× −1/12 × +4/3 ⊗ −5/2 × +4/3 × −1/12

- first order: $\frac{2f_i - 5f_{i+1} + 4f_{i+2} - f_{i+3}}{\Delta x^2} + f(\Delta x^2)$

⊗ × × ×



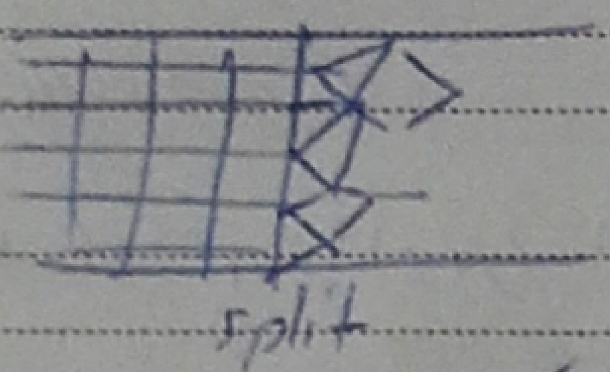
برای جدا کردن B.L. لازم نیست روی خطوط را مش‌بندی (بلاک‌بندی) کنیم.

دستورات Split و Subtract : در این صورت دیگر مطرح نمی‌شوند

یک چیزی باشد، مثلاً برای اینکه از اینها subtract کنیم، اگر retain کنیم، دو جسم با هم وجود دارند

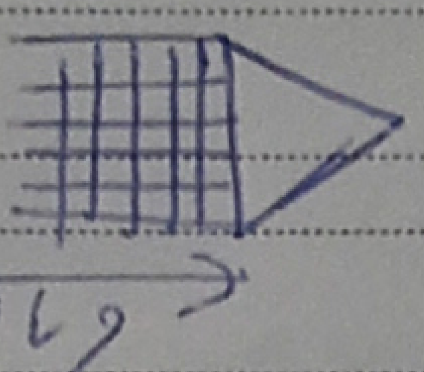
در جای خالی قطع می‌شود

اگر retain نکنیم دیگر ۲ تا نداریم.



کار Split : یک خط رو بین دو تا می‌کند، و یعنی به هم وصل اند.

اگر مش مثلثی نزدیک باشد می‌تواند حل کند



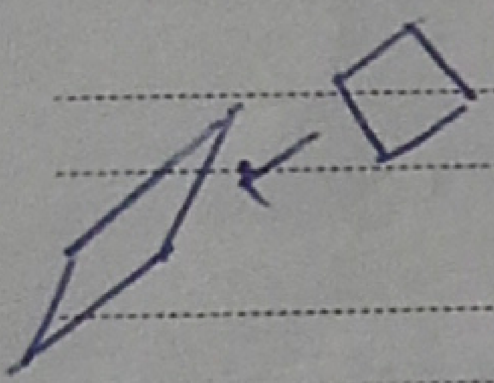
این را ما در روابط حساب می‌کند.

* دستور Connect Edges : برای دو لبه روی هم، که یکپارچه سازی کنیم.

برای اصلاح دو اسپلیت Merge.

Examine Mesh: (Rang) → All Elements → show worst Mesh

نسبت طول: Aspect ratio.



تا اینجا جلسه ... تمام

جلسه ششم: ۹۳/۷/۲۸

Theory (III)

Finite Volume: we define "order of error" in Finite diff. method and forward, backward and central definitions. But in Finite Vol method, we have Upwind.

The difference: discretization method:
- → F.D. Taylor series
- → F.V. $\int (N.S.)\,dA$ integration of Navier-Stokes

روش F.V. در حقیقت همان انتگرال معادلات N.S. است. حال اگر بخواهیم بعضی از N.S. برسیم به معادلات بقا، چگونه است؟ این F.V. است. یعنی انتگرال‌گیری معادلات حاکم روی حجم دلخواه.

$$(1)\quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot V = 0 \quad \text{(Mass Conservation)}$$

First Approach ← ریاضی: انتگرال از N.S. بدون کار به فیزیک دعوا. فقط باید معادلات بقا را بفهمیم. (از قوانین بقای و N.S. اقدام به استخراج می‌کنیم.) weak

Second Approach ← فیزیکی: از همان اول قانون بقا، F.V. را استخراج می‌کند. و نیازی به N.S. نداریم (اقدام - از اول معادلات بقا در حجم محدود می‌کنیم)

3rd order: ... Backward ≡ Upwind ⟹

- Fluent: 1st order upwind — o x o

2nd order upwind — o x ?

QUICK — o o x (→)

3rd order MUSCL — o o x o (→)

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی ششم، ۱۹/بهمن/۹۳

Workshop III

مش بندی صفحات: کیفیت مش، پس از استفاده از شبکه. ابزارهای کنش: اعمال‌های پس از استفاده از شبکه.

۲- ابزارها

سپس هم آرزوی More Free Nodes، انتخاب face و با (shift+click) نقطه را تغییر دهیم.

- Examine Mesh: Quality type، Display type؛ و Display Cut / Display Elements

روش دیگر برای مش لایه مرزی (B.L.)

مش با B.L سخت است. مش B.L می‌زنیم، سپس مش face خودش را تطبیق می‌دهد.

* برای مش‌بندی بهتر می‌توان ابتدا تقسیم کرد و سپس تکه تکه جدا جدا مش زد.

بعضی را مش می‌زنیم.

سؤال) اگر بخواهیم مستقیماً حجم بسازیم / ابتدا mesh face را می‌توان زد بدون اینکه face ها را بزنیم. ?

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی هفتم: ۲۶/بهمن/۹۳

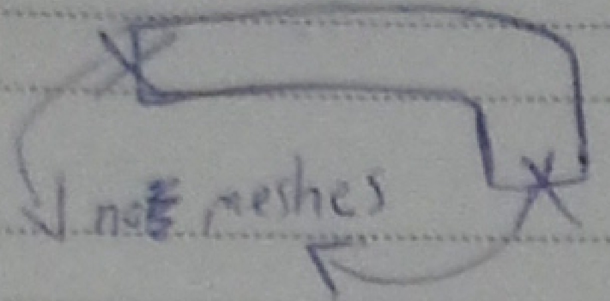
Workshop IV

Tools → Sizing function → Type: Source: edge بفرستید ایجاد — Attachment: [□] face ; ماشین‌ها مربع

parameters: Start size: 0.07 Growth rate: Max size: 0.5

ابعاد را تا سایزهای بیشتر از این نباشد؟ تا به سمتی ایجاد شود.

Year. Month. Date.

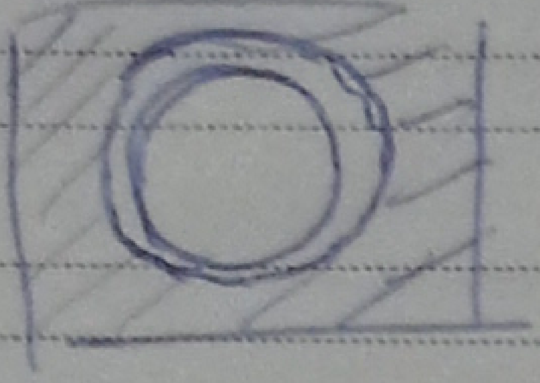


برای استفاده از B.L. لازم نیست روی مش‌های مطلوب را حتی جدا کنیم.

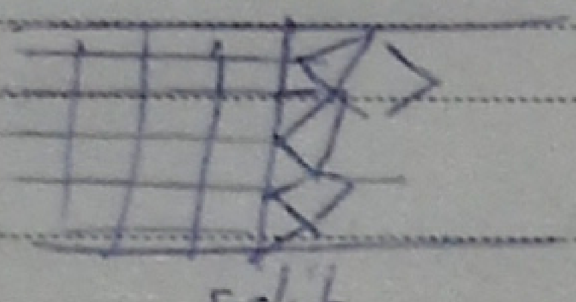
دو نوع: Split و Subtract : عملیات صورت گرفته مش نمی‌تواند

که بهتر باشد، ضرب را پیدا کنیم. با استفاده از subtract ، اگر retain کنیم، هم با رو و دو تا

از مش‌های قطع می‌شود

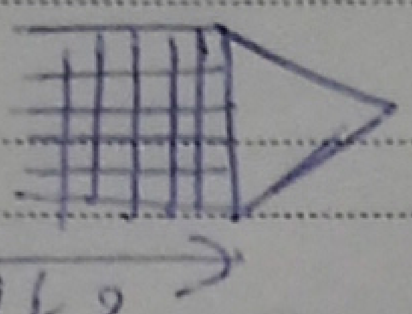


اگر retain نکنیم، ۲ تا باقی می‌ماند.



در Split، هر دو مش پیدا می‌کند، و هر دو را به هم وصل کند.

اگر هم مش از زیر شیء باشد، می‌تواند حل کند



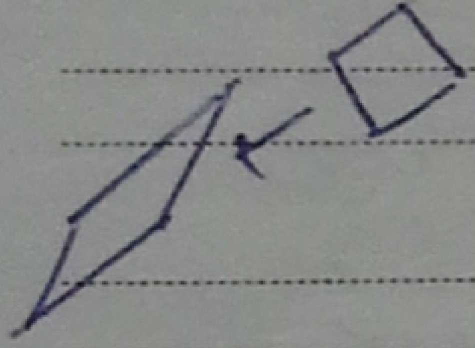
این را استفاده از Connect Edges : دستور

حال دو لبه را داریم، که یکپارچه سازی کنیم.

همراه اصلاح با استفاده Merge

کیفیت شبکه

Examine Mesh: (Range) → All Elements → show worst Mesh → Aspect ratio.



"هر اندازه مش کوچک تر کنیم"

جلسه‌ی ششم : ۹۳/۷/۲۸

Theory (III)

Finite Volume: we define "order of error" in Finite diff. method and forward, backward and central definitions. But in Finite Vol method, we have Upwind.

The difference: discretization method → F.D. (Taylor Series); → F.V. ($\int (N.S.)\, dA$, integration of Navier-Stokes)

روش F.V. در حقیقت همان استخراج معادلات N.S. است. حال اگر بخواهیم برعکس از N.S. برسیم به معادلات بقا، چگونه است؟ این F.V. است. یعنی انتگرال‌گیری معادلات حاکم روی حجم کوچک.

(1) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot V = 0$ (Mass Conservation)

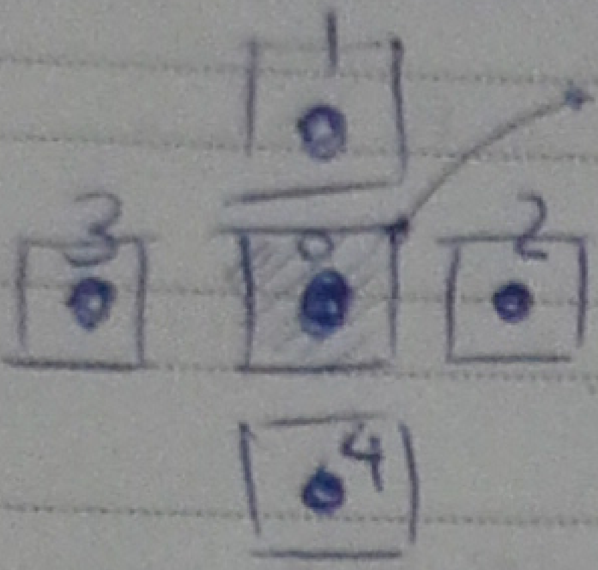
ریاضی: انتگرال از N.S. بدون کار به فیزیک و معنا. فقط باید معادلات به فرم بقایی را بنویسیم. (از قوانین بقایی و N.S. اقدام به استخراج معادلات می‌کنیم.) — First Approach

weak

فیزیکی: از همان اول قوانین بقا، F.V. را استخراج می‌کند و نیازی به N.S. نداریم. (اقدام به ارضای معادلات بقا در حجم محدود می‌کنیم.) — Second Approach

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date.



شکل مرحله ۲ ←

$$(1)\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot V = 0$$

$$(2)\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \dots$$

تنها معادلات بقایی را می‌توان انتگرال گرفت.

$$\iiint_{CV} (\nabla \cdot \vec{V})\, dv = \iint_{C.S.} \vec{V} \cdot dA$$

۱. تئوری دایورژانس (Divergence th.) :

از روی انتگرال می‌گیریم، مثال زیر:

$$q_w - q_e - q_n + q_s = 0 \Rightarrow$$

روش فیزیکی :

$$\iint \nabla^2 T\, dv = \int \nabla \cdot T\, dA = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_w - \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_s - \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_e + \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_n = 0$$

روش ریاضی :

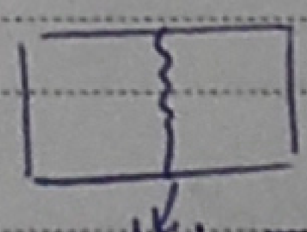
$$T_0 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4}$$

بعد از F.D. باید رد شویم. ⟸

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی نهم، ۳ آبان ۹۳

Workshop V



Boundary Conditions, Faces, Double sided Faces (منطبق بودن مش‌های دو طرف), periadic, cells

subsonic, transonic برای pressure inlet/outlet و ~~subsonic - transonic~~ supersonic. pressure far field

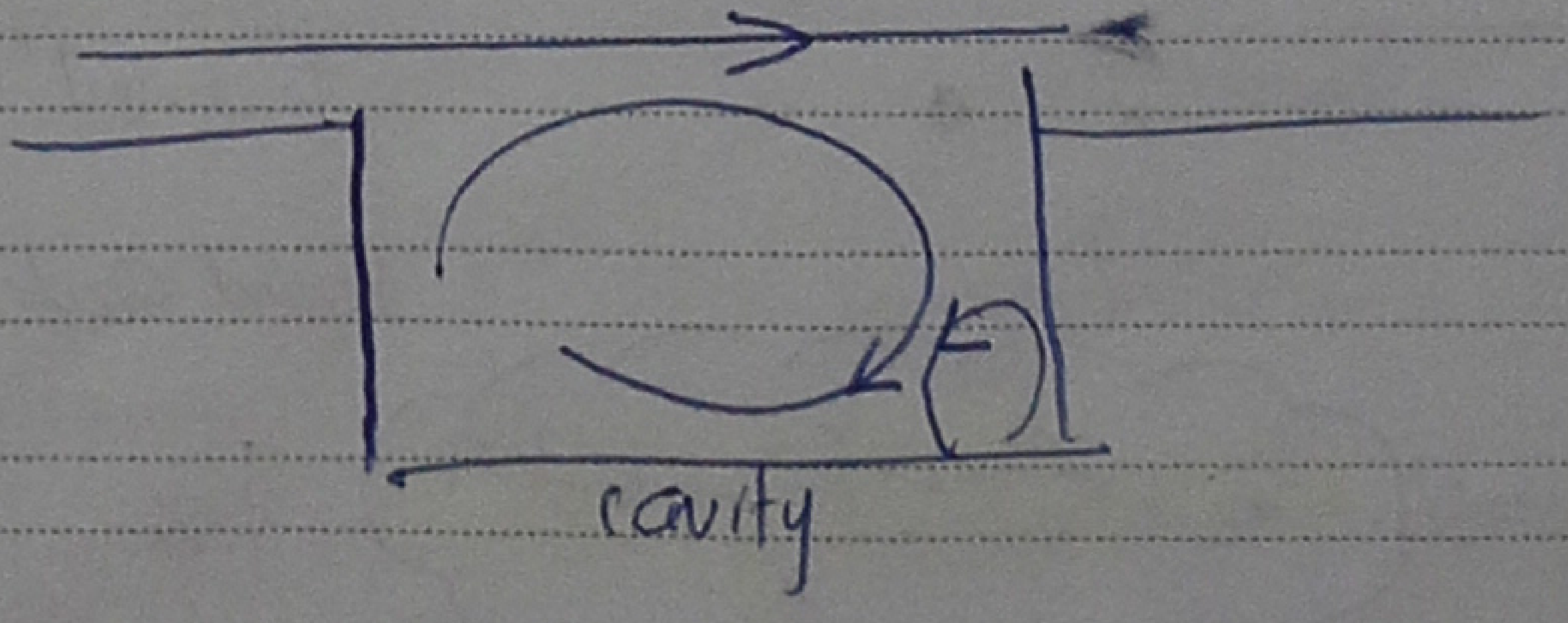
velocity inlet

Fluent

File: case: mesh + B.C. + I.C.

data: solution data for a case (mesh).

hardcopy.



Mesh: info, size (mesh)

seperate

Define: Model, Operating Conditions, units, user defined, Material,

↓ Gravity →

Display:

Read case → Mesh: check → Mesh: info: size → Mesh: scale → Define: Models → B.C. →

solve: initialize ? → Monitor: resudual: convergence ... (none)

* اگر مسئله هنوز به steady نشده، تعداد iterate ها کم است

Solve: Monitor:

بسم الله الرحمن الرحیم

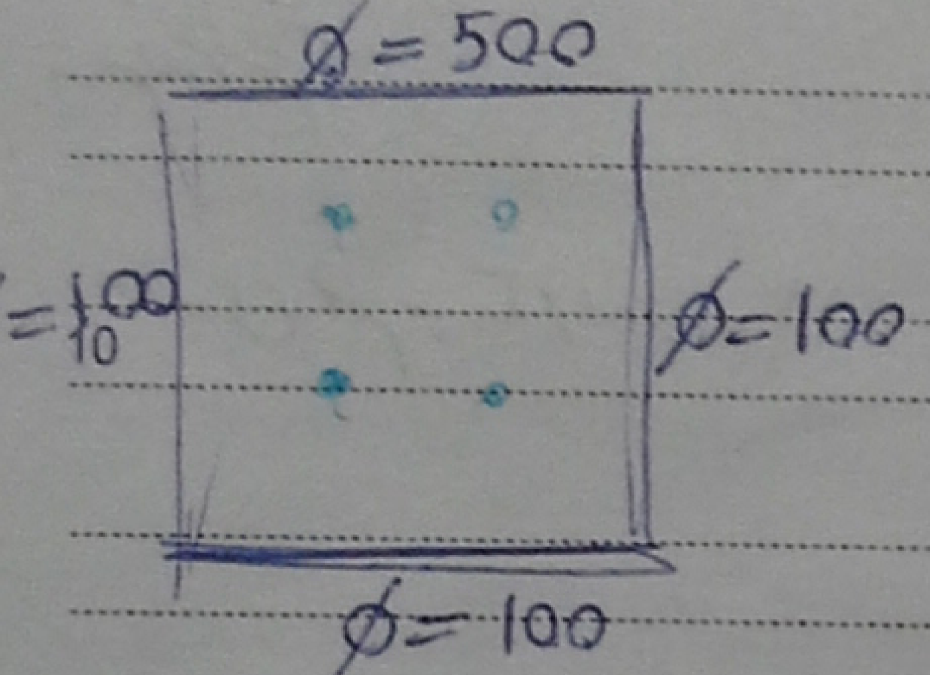
جلسه دهم، ۹۳/۱۰/۱۰

[illegible]

validation = صحت‌سنجی

verification = راستی‌آزمایی

مسائلی که ترم دوم در معادلات N.S. بیان شد یعنی div همواره باقی می‌ماند:

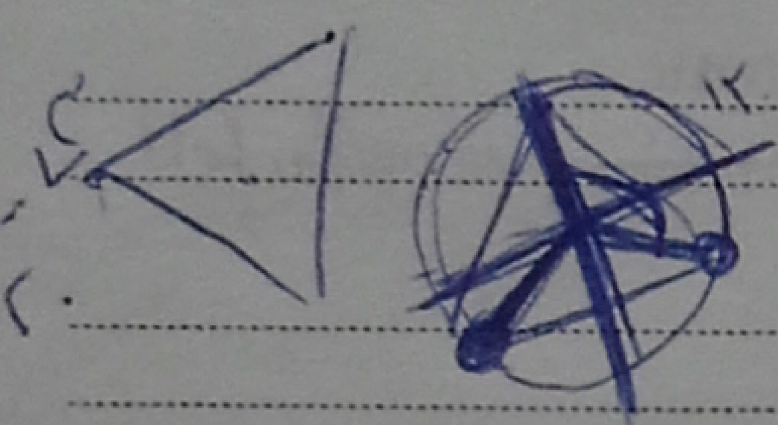


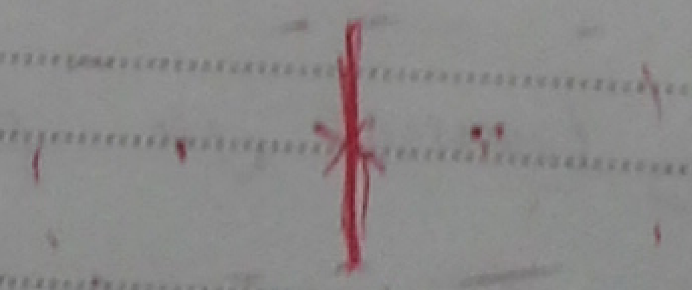
مثال) $\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$ در این معادله میدان مشخص باشد با معادله جبری بریم

F.D. : $\bar{\delta}\phi_i + \bar{\delta}\phi_j = 0$ → بی‌جواب است

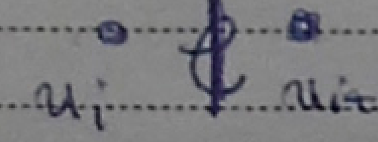
کانکت اعداد را استفاده می‌کنیم

$\nabla \cdot V = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Rightarrow$ (قضیه دیورژانس) $\oint V \cdot dA = 0 \Rightarrow u_w + v_s - u_e - v_n = 0$

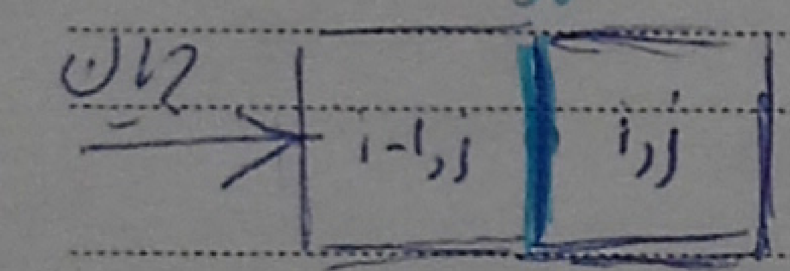




راه‌های محاسبه F.V. در حالت ریزی:



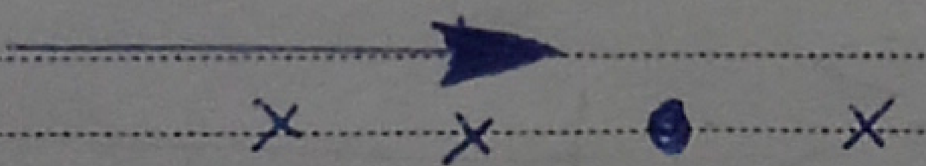
۱- کمیت مرتبه ۲ مرکزی (Second order central) $u_e = \frac{u_{i+1} + u_i}{2}$



۲- مقادیر سطح را مقادیر سلول در جهت جریان: w (Upwind)

مثلاً برای w با توجه به جریان مقدار سلول (i-1,j) را می‌گذاریم

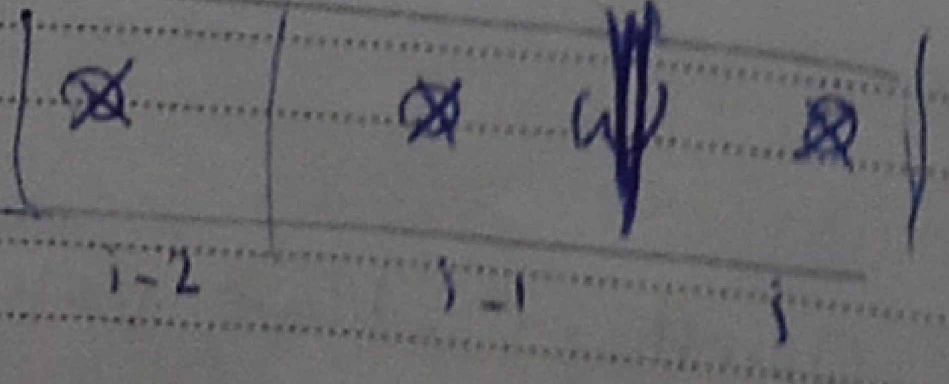
روش (First Order Upwind)



۳- روش‌های Upwind و یک downwind

Second Order Upwind. → QUICK

$$\Rightarrow u_w = \frac{-u_{i-2} + 6u_{i-1} + 3u_i}{8} + O(h^2)$$



Subject: $Re = \frac{\rho ...}{\mu}$ ⇒ 1.004808 × 10
Year. Month. Date.

سؤالات:

۱ـ در صورت split کردن، مش B.L. را برای lan هم می‌زند؟

۲ـ اول مش بعد condition یا برعکس؟ یا اصلاً مش نمی‌خواهد؟ یا اول مش رو دیواره بعد condition بعد مش برای lan؟

۳ـ آیا لازم است بعد از معین کردن مش Edge ها، قبل از condition دادن، سطح را هم مش بزند؟

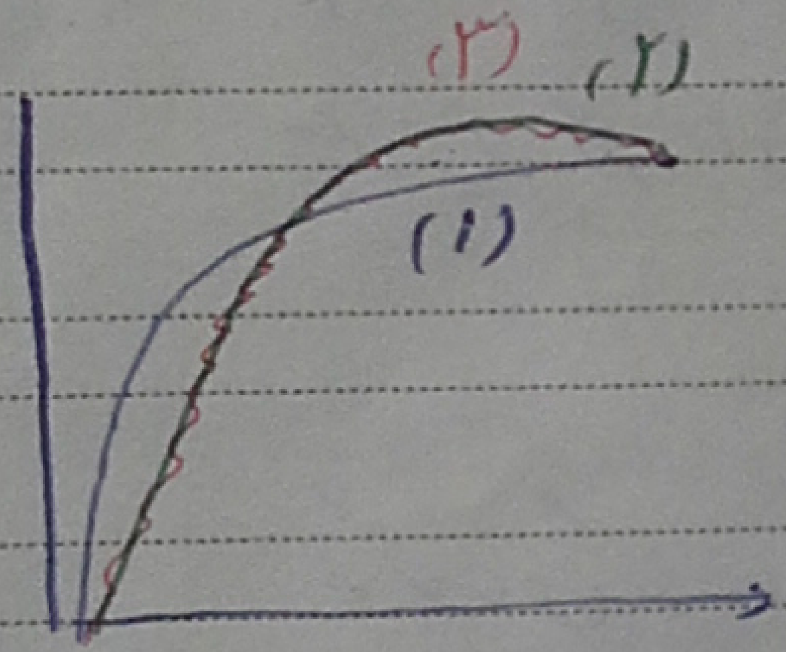
① شبیه‌سازی جریان در Re های مختلف
② استقلال نتایج در عدد رینولدز — نمودار روی centerline ۱۵ تا
③ با [illegible] سؤال [illegible]
④ شکل و تحلیل nodeها به دلیل سرعت در لایه مرزی

ـ ۳ـ آنالیز حساسیت [illegible]

جلسه‌ی دوازدهم: ۹۲/۸/۱۷

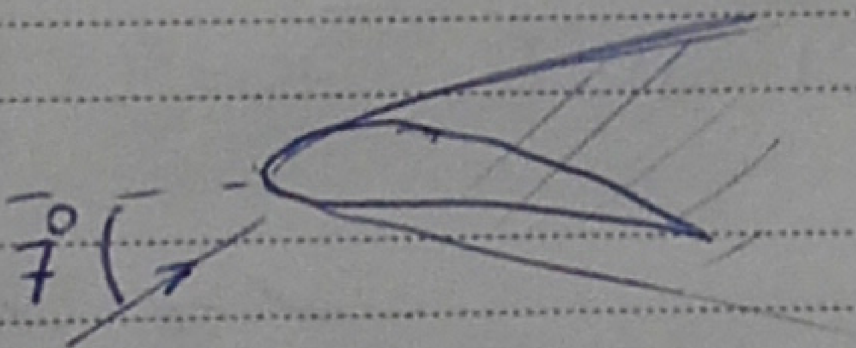
Workshop VI

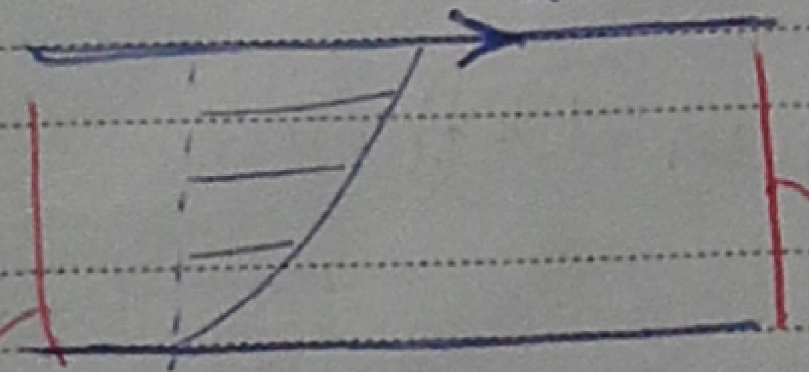
۱ـ مدل‌سازی مش می‌کنیم که بهینه باشد. ۲ـ مش را به نحوی می‌زنیم که [illegible]

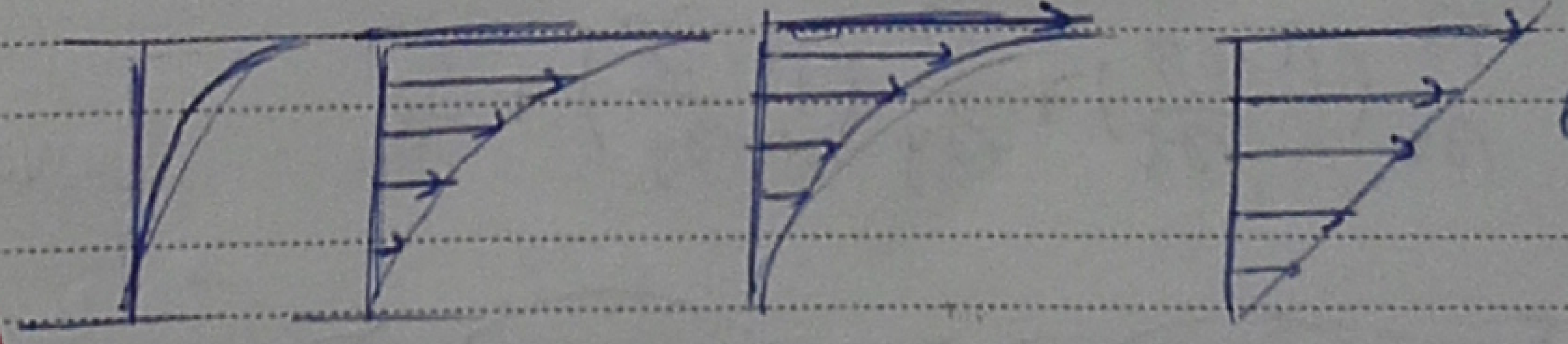


ـ استقلال از شبکه: بیشتر از حدی، هزینه‌ی محاسبات زیاد می‌شود.

بررسی جریان کوئت (Couette Flow)







پروفایل خطی

تغییرات در جهت x صفر است.

با توجه به $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ، $u, v = 0$ ، ... : N.S. ⇐

$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \Rightarrow u$ خطی

با دو شرط مرزی: $u = y\left(\frac{u_0}{L}\right)$

periodic

periodic

مسئله

* ۱ـ Linked Edges: قبل از شرط periodic در gambit لازم است. به طوری که یکی مش زده شود، دیگری هم عیناً مش‌بندی شود.

پس هر دوتا را در شرط B.C.: periodic وارد می‌کنیم.

Year. Month. Date.

(1)

Problem: solver → Control → Sol

(6) Monitors

(2) Methods → press. velocity coupling : (coupled)

حل با هم متغیرهای ... و بعد اینکه ... در ادامه plot مربوطه

(3) Controls → Courant number 200 ?

(7) surface: line/rake;

(4) ? : Explicit relaxation →

(8) plot; XY; write;

(5) : pressure → second order ← چرا؟

موارد استفاده روشهای حل شد coupled !

—— - —— - Convergence criteron

Run: Reporting interval,

«به نام خدای رحمن رحیم»

جلسه ۱۳ - ۹۳/۸/۱۹

خوش آمدید

تئوری: در معادلات مرتبه ۱ و معادلات مرتبه ۲ ... میسازند

سخت‌ترین کمترین حل

$\iiint$ N.S

معادلات ... N.S :

$\phi = u \quad \Gamma = \mu \quad S_\phi = -\frac{\partial p}{\partial x} + S_u$

(1) $\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v u) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u$

(2) y Momentum $\phi = v \quad \Gamma = \mu$

صورت کلی ϕ برای تمام معادلات ?

$S_\phi = -\frac{\partial p}{\partial y} + S_v$

(3) Continuity $\phi = 1 \quad \Gamma = 0 \quad S_\phi = 0$

2nd order central

2nd upwind

Qick

1st upwind

به صورت کلی که معادلات بالا به صورت

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi$

Convection

Convection - Diffusion or Transport Eq.

$\nabla \cdot (\rho \phi \vec{V}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi$

[illegible]

Diffusion

معادلات مرتبه ۲ برای N.S

$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right) + S_\phi$

به صورت ریاضی یک بعدی:

که ϕ ... و ... مجهول اند.

$\rho u \phi_e - \rho u \phi_w = \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\Big|_e - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\Big|_w$

به صورت عددی

PAPCO

Year. Month. Date.

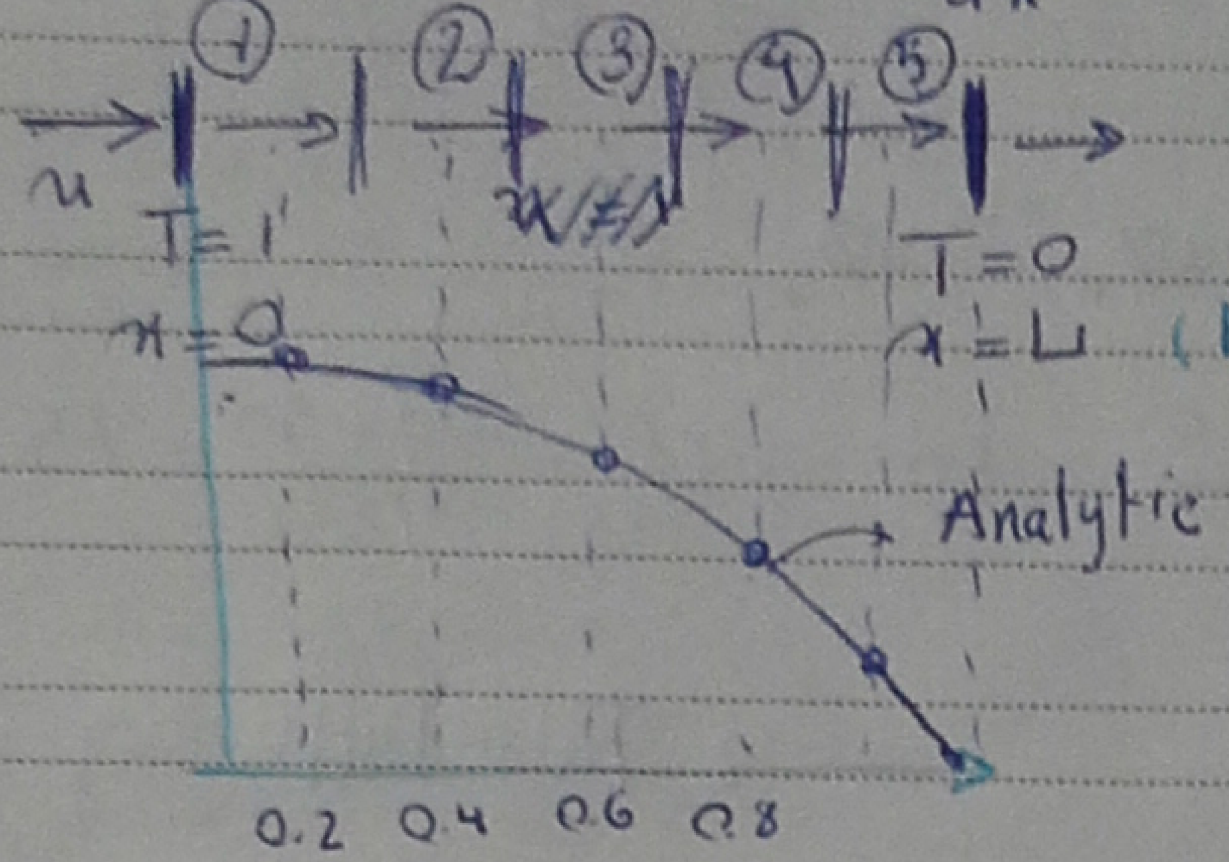
مشکلات جریان تراکم‌پذیر

متغیرات ρ (۱) ناشی از تغییر دما (بوباینسی) (۲) ناشی از تغییر فشار $P=\rho RT$

در هر حال این معادله در می‌آید: (شماره) (*)

$$\to \rho u(\phi_e-\phi_w)=\Gamma\frac{\phi_E-\phi_P}{dx}-\Gamma\frac{\phi_P-\phi_W}{dx}$$

مثال) اگر u را ثابت و به جهت کار بگیریم:



(۱) 2nd order central: $u=0.1$

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه‌ی چهاردهم: ۹۳/۸/۲۴

Workshop VIII _ جریان خارجی (External Flow)

Mesh → Scale

Monitor → Moment, window 2, Lift. / Report Type: area weighted avg.

for correction → wall → Velocity inlet.

* اگر دیدیم با تعداد iteration ، ~~unsteady~~ نوسان کرد، ذاتاً unsteady است.

* مسائل ذاتاً unsteady ، و یا نه: steady نزولی

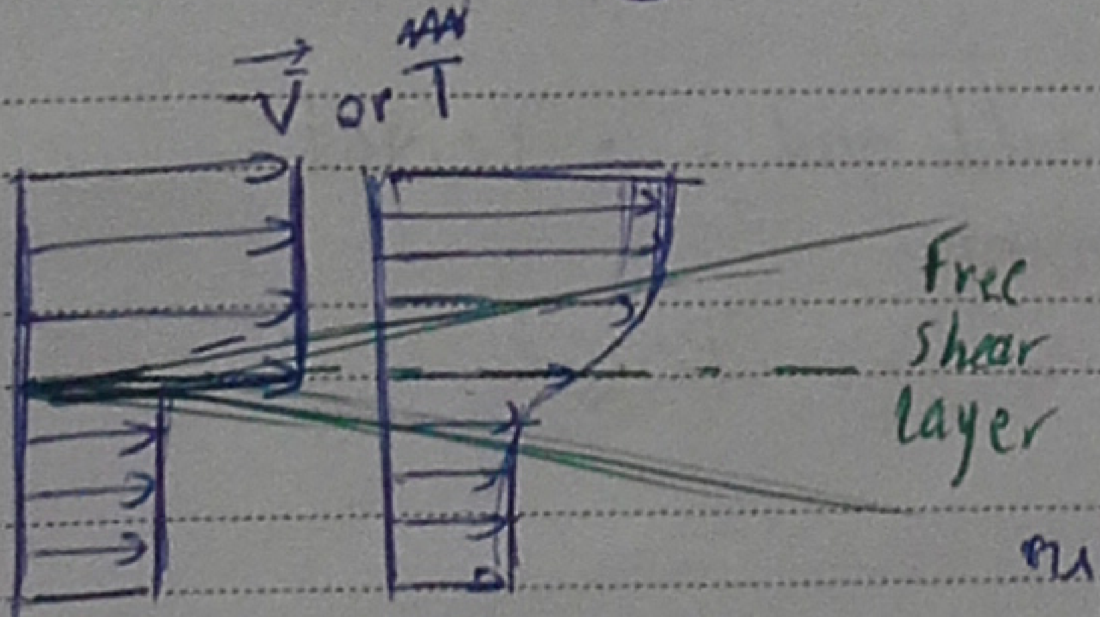
pressure-based;

« بسم الله الرحمن الرحیم »

جلسه‌ی پانزدهم: ۹۳/۸/۲۶

تئوری:

چند اصطلاح: ۱_ قابل قبول = Fair ۲_ عالی Excellent ۳_ Terrible (افتضاح)



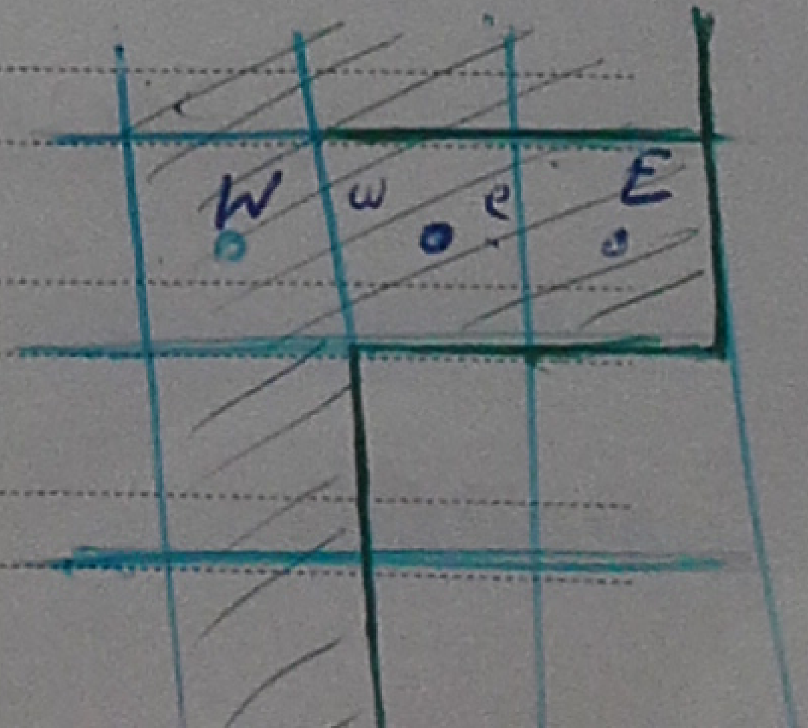
معادله‌ی Conv-Diff : T اگر صفر باشد، هیچ پخش نداریم و پروفیل اولیه ثابت می‌ماند.

حل تئوری T=0 ! با استفاده از FVM و تاکتیک "upwind"

$$\nabla\cdot(\rho\phi V)=0 \Rightarrow \frac{d(\rho u)}{dx}=0 \,,\quad \frac{d(\rho u\phi)}{dx}=0$$

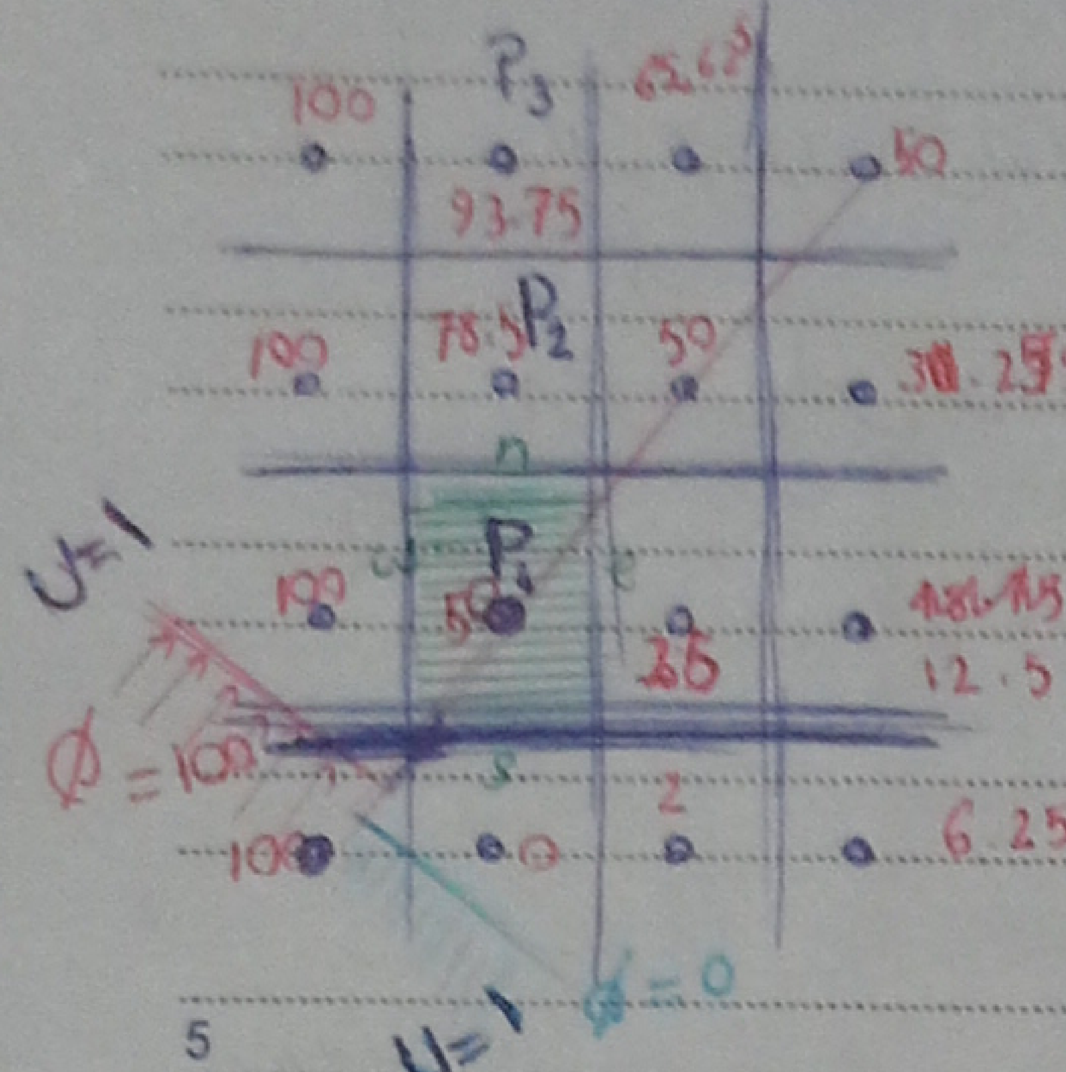
پیوستگی ⇓ $(\rho u)_e-(\rho u)_w=0$

مومنتوم ⇓ $\phi_e-\phi_w=0$



PAPCO

Year. Month. Date.

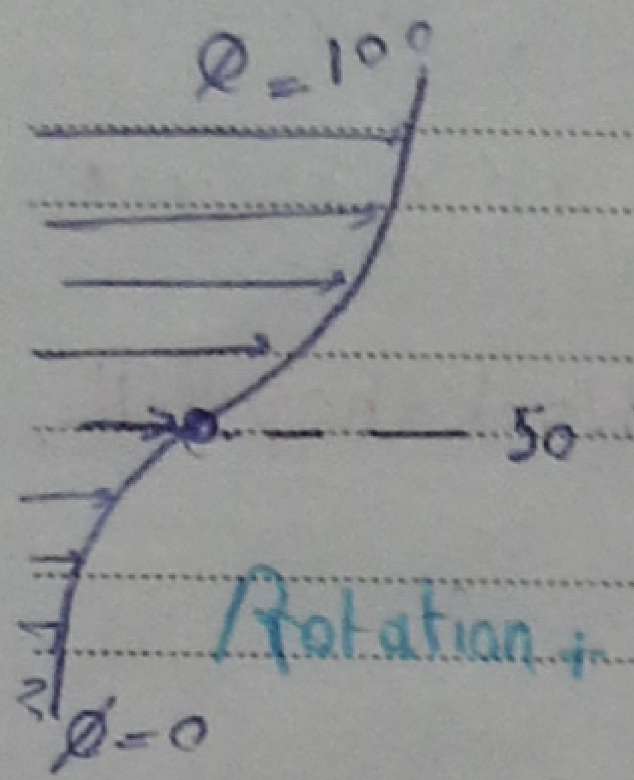


U = Const = 1 → Continuity: $U_{exit} = U_{in} = 1$

→ Upwind First Order: $\phi_W = 100$, $\phi_S = 0$

$$\rho u \phi_e - \rho u \phi_w + \rho u \phi_n - \rho u \phi_s = 0$$

$$\Rightarrow \phi_{P_1} = \frac{100+0}{2} = 50 \quad , \quad \phi_{P_2} = \frac{100+50}{2} = 75$$



$$\phi_{P_3} = \frac{75+100}{2} = 87.5 \qquad \phi_{P_4} =$$

False Diffusion:

– با وجود اینکه Γ=0 در الگوریتم، distribution نشان می‌دهد در حالی که نباید تغییر کند

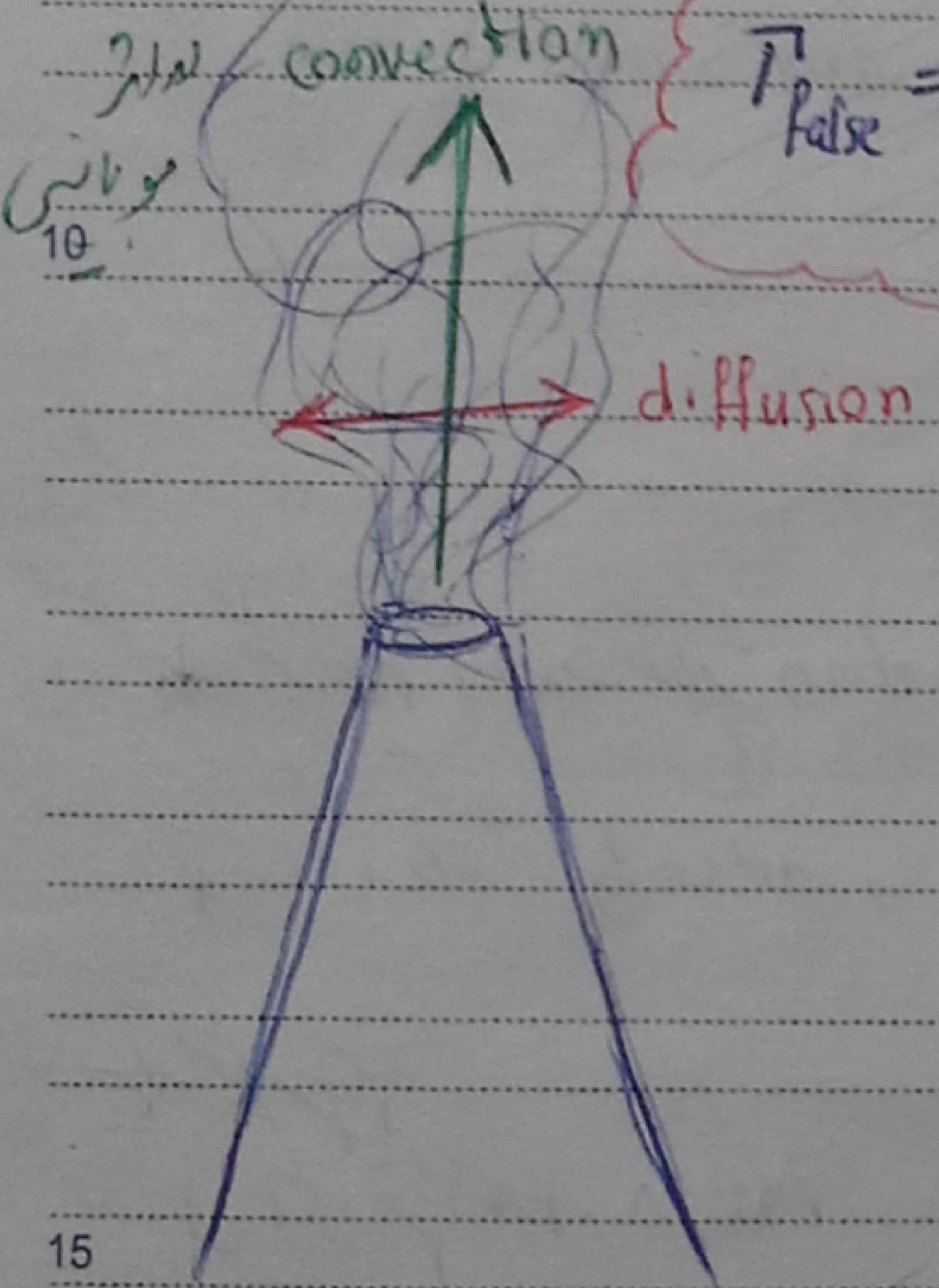
Rotation + upwind + FVM → False diff.

– این پدیده نفوذ کاذب گویند.

$$\Gamma_{False} = \frac{\rho u \Delta x \Delta y \sin 2\theta}{4(\Delta y \sin^3\theta + \Delta x \cos^3\theta)}$$

→ max @ θ = 45°

→ برای کاهش Γ می‌توان از شبکه ریزتر استفاده کرد

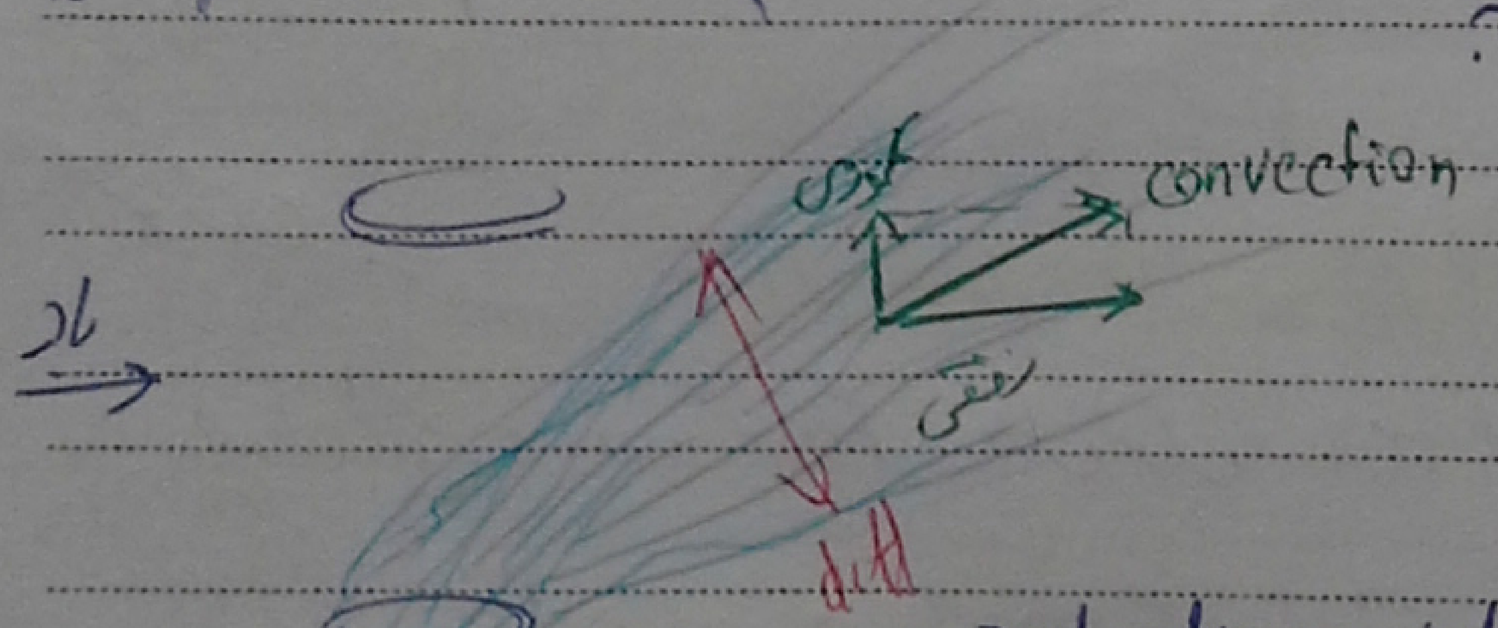


* تکلیف: Γ_{false} در حالتی که Γ≠0 است چه می‌شود؟ (مهم)

* بررسی عامل برای 1-D است. برای 3D چه؟

* برای کاهش Γ_{false} بهتر 2nd order upwind می‌شود که هزینه دارد.

* در این حالت با دو روش در صورت استفاده از avg، دود به بالادست می‌رود. و این با فیزیک مسئله ناسازگار است



به جای upwind

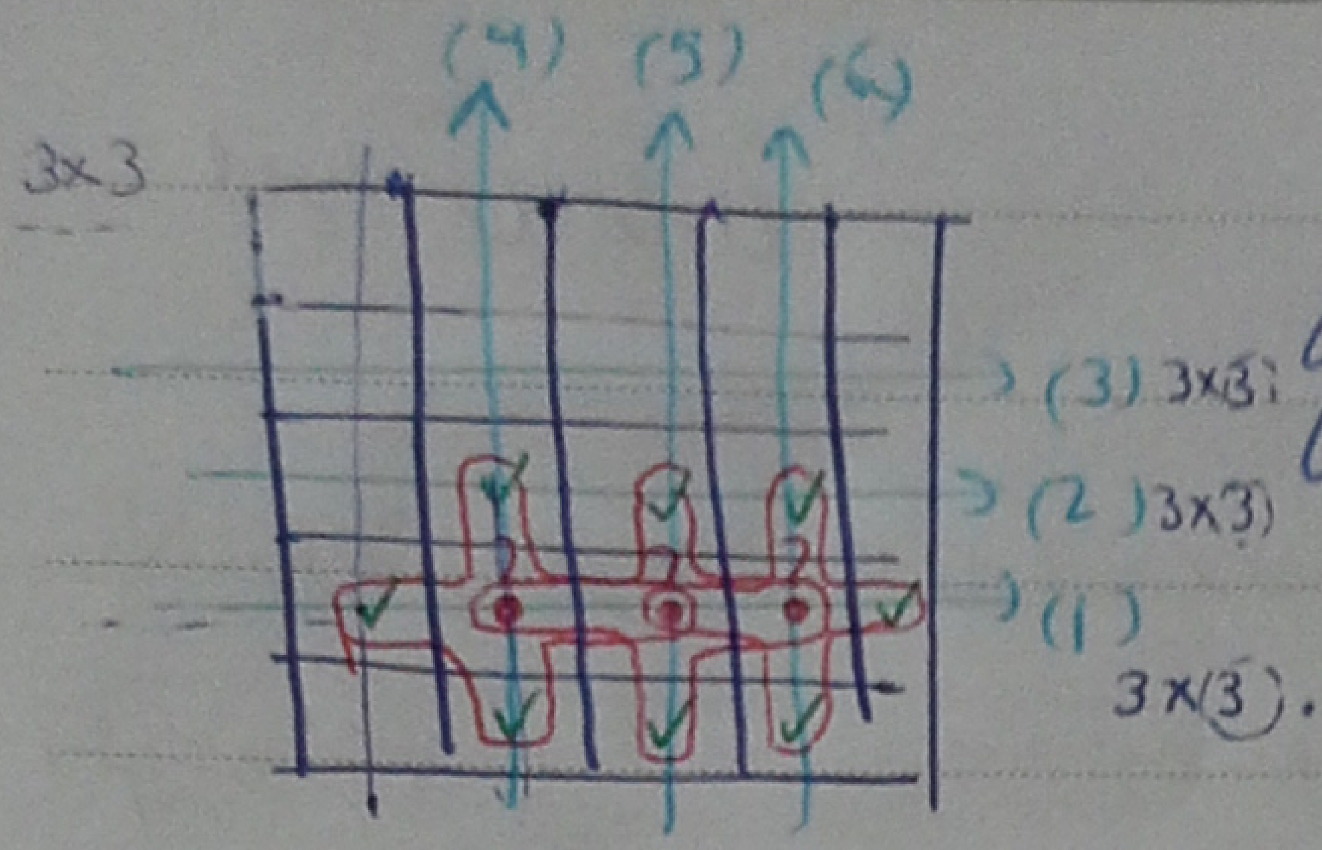
2nd order upwind را تعریف می‌کنند

عدد Peclet: یا Reynolds grid number

$$Pe = \frac{\rho u \Delta x}{\Gamma}$$

در $Pe \leq 2$ باید استفاده کرد.

چرا اگر False diffusion را داریم، برای [illegible] باز هم First Order را استفاده کنیم؟

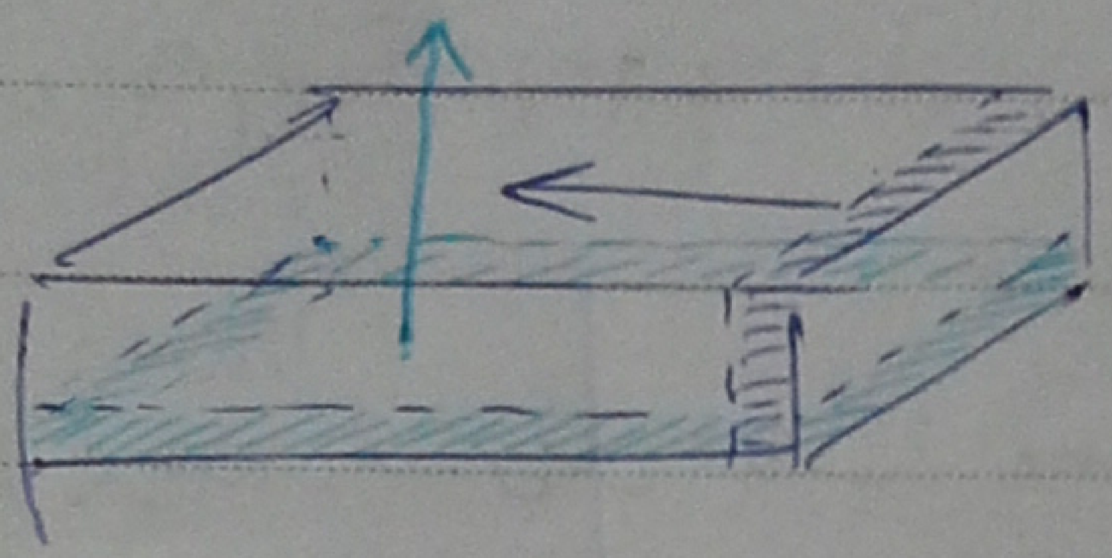


روش Semi-Implicit : هر ۳ قطری کردن.

به جای حل یک ماتریس $N^2 \times N^2$ ، ماتریس N^3 ~~[illegible]~~ Nx3

به کمک Marching ، این دلیل است که اثرات B.C. را فوراً وارد میدان کنیم.

SIMPLE : semi-imp. pressure linear eq.



«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی هجدهم: ۹۳/۹/۸.

Workshop X ـ بررسی Mixing و حل معادلات انرژی:

۱ـ معرفی مسئله:

$\rho = 1000$ (kg/m^3)

$\mu = 8 \times 10^{-4}$ (Pa.s)

Conductivity $(k = 0.677 \ (\frac{W}{mK}))$

$Cp = 4216$ J/(kg K)

(وارد مسئله شد)

(1) scale → inch

(2) Model → Viscous → laminar

(3) ~~E~~ → Energy → On

*4- Water

5- Define : Boundary Conditions : V_{I_1} : $Re < 2100 \Rightarrow V = 4.2 \times 10^{-4} \rightarrow T = 380k$

V_{I_2} : $R < 2100 \Rightarrow V = 1.05 \times 10^{-4} \rightarrow T = 300k$

سؤال: هنوز outlet شرط را می‌خواهد. چرا؟ شکل معادلات بیضوی است.

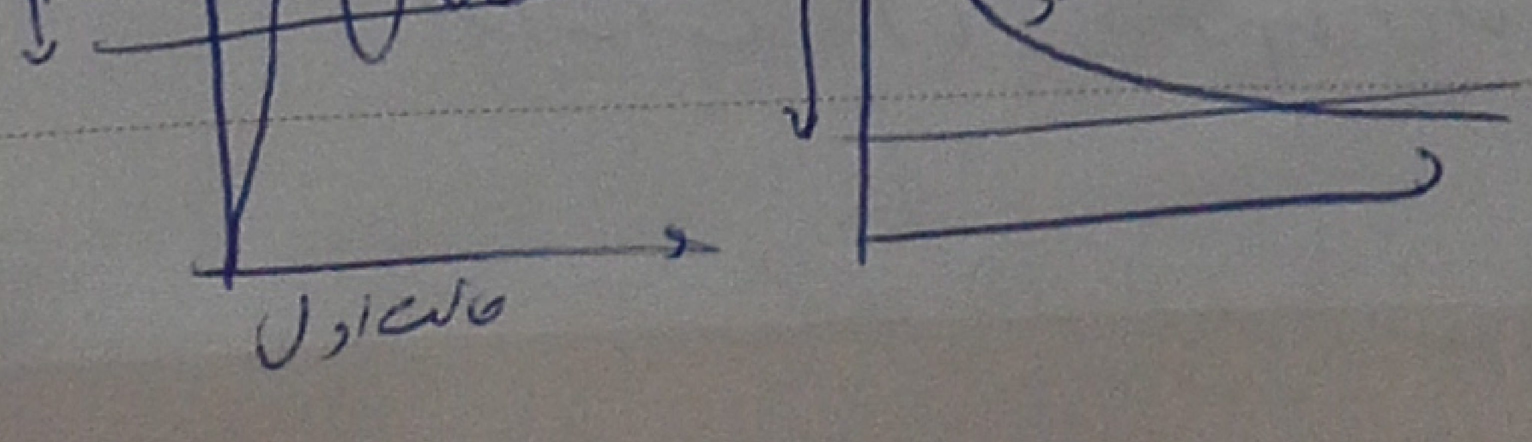
مسئله diffusion‌ها مهم است. پس صرف نظر کنیم و خروجی نمی‌تواند در جای بالادست اثر بگذارد

به خاطر reverse flow. پس اثر در پایین به بالای آن برگشته باشد.

6- ~~pe~~ Exit : Monitor ; surface ; Temperature : plot

* بهتر است ابتدا نمودار را رسم کنیم؛ زیرا خود کد ... اما این را خود نرم افزار پیدا می‌کند.

تا این نمودار واقعی و محدوده‌ی دقیق‌تر را می‌دهد.



Fluent 2d -t(4) → تعداد CPU

۲. پردازش موازی:

C / Fluent Inc/ntbin/ntx 84/setenv $: Yes

وقتی مش بیشتر از صد یا ۱۰ هزار تا ، فرقی ندارد خیلی. نمایش.

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه ی نوزدهم: ۹۳/۹/۱۰ :

Non-Linear PDEs; Implicit vs. Explicit:

در معادلات حقیقی شکل حالت Convection حضور دارند، و معادله تنها یک مجهول ϕ داشت. که عبارت convection

عبارت مجهولات اضافی سرعت نیز هستند و معادله غیرخطی می شود.

$$\frac{d}{dx}(\rho u\phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right) + S_\phi \Rightarrow \rho u\phi_e - \rho u\phi_w = \Gamma\frac{d\phi}{dx}\Big|_e - \Gamma\frac{d\phi}{dx}\Big|_w + S_\phi$$

$$\Rightarrow \rho u\frac{\phi_E+\phi_P}{2} - \rho u\frac{\phi_W-\phi_P}{2} = \Gamma\frac{\phi_E-\phi_P}{dx} - \Gamma\frac{\phi_P-\phi_W}{dx}$$

W	w	P	e	E

$$-(\rho u/2 + \Gamma/dx)\phi_W + (2\Gamma/dx)\phi_P + (\rho u/2 - \Gamma/dx)\phi_E = S_\phi$$

$$\Rightarrow \alpha\phi_{i-1} + \beta\phi + \gamma\phi_{i+1} = \delta \qquad 1D$$

بنابراین ۱ بعدی اش ۳ قطری است.

$$\beta\phi_{i-1} + \beta_2\phi_{i-1} + \beta_3\phi_{j-1} + \beta_4\phi_{j+1} + \beta_5\phi = \beta_6$$

۲ بعدی اش ۵ قطری و

۳ بعدی اش ۷ قطری است.

معادله با وجود ترم Convection (سرعت مجهول):

$$1D: \frac{d}{dx}(\rho u\phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right) + S_\phi \Rightarrow \rho\frac{u+u}{2}\,\frac{\phi_+\phi_-}{2}$$

سنگینی در ترم های معادله $\exists$

بنابراین سرعت مجهول ضرب در ϕ، معادله‌ی غیرخطی می‌سازد.

$$\begin{cases} u^k u^{k+1} + (v^k)^2 v^{k+1} = 2 \\ (\pi^{v})^k u^{k+1} - e^{\cos u^k} v^{k+1} = \pi \end{cases}$$

روش CFD

روش: وارد کردن معادلات (ترم) خطی سازی

۱- حل مستقیم معادلات غیرخطی

$x^{k+1} = g(x^k)$

مثلاً روش ...

$$\begin{cases} u^2 + v^3 = 2 \\ u\pi^{v} - ve^{\cos u} = \pi \end{cases}$$

از معادله‌ی اول x_1 و دوم x_2 و سوم x_3

مکانیزم تصحیح با توجه به نحوه‌ی جداسازی x متفاوت است. (ساختن مکانیزم تکراری همگرایی).

در اغلب CFD این غیرخطی شده و لی نمی‌تواند ← شرایط پایداری می‌گیرید.

Year. Month. Day.

بسم الله الرحمن الرحیم

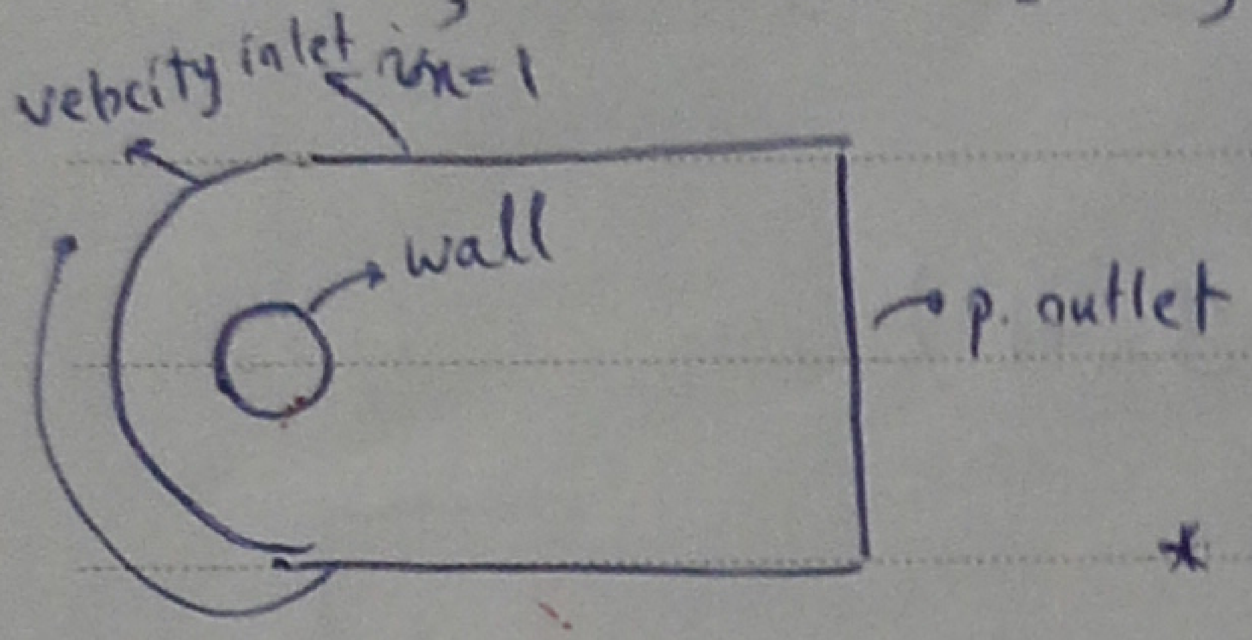
جلسه‌ی شانزدهم، ۹۳/۹/۱ :

Workshop IX : جریان حول سیلندر :

Re = 150 در * General → solver → Time: Transient — Material: density 75 and $\mu = 1$

[Density based → for supersonic] * B.C. → velocity inlet

برای بسته بودن B.C. ، فقط جنس‌ها را عوض می‌کنیم. ~~...~~ سپس تا ... Copy خودش پیشنهاد می‌دهد.



* solution control: (1) PISO (2) skewness coupling
(3) second order upwind.

* Init: compute from: (farfield 1)

* Monitor: force; lift coef. * iterate: Max: reporting: UDF:

T = 10.9 ⇐ f = 0.0915 ⇐ $St = \frac{fD}{U} = 0.183$: strouhal num. ، عدد فرکانس گردابه :

time step = ⇐ ۲۵ بار بخواهیم عکس بگیریم ⇐

: Refrence value ⇐

⇐ اکنون اگر St را بدانیم، از روی داده‌های $C_l - t$ می‌توان ... کرد

⇐ راه دیگر، استفاده از ترکیب Stهای مشابه و دوباره مرحله خط بالا، اصلاح می‌کنیم، دوباره حل و ...

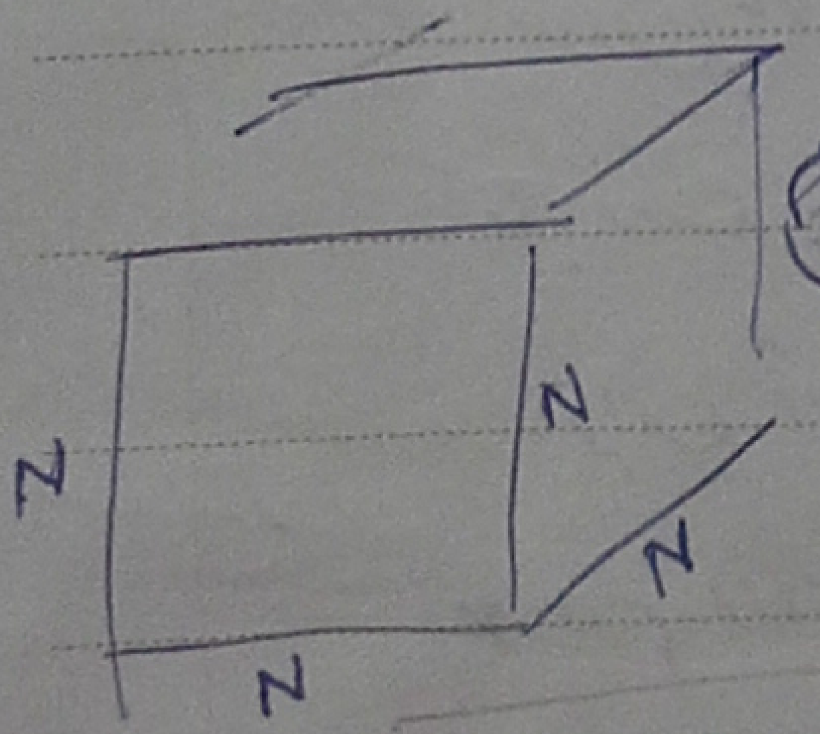
تمرین: کتاب راست : Page setup

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه‌ی هفدهم، ۹۳/۹/۲ :

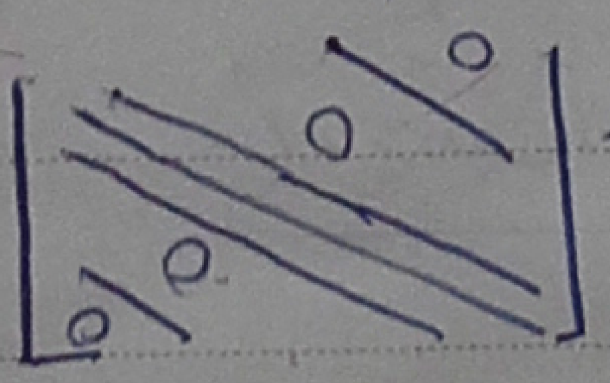
$\Delta x = \Delta y$

تئوری :



2-D: $T_{xx} + T_{yy} = 0 \Rightarrow$ (F.E., F.V.) ⇒ $T_{ij} = \frac{\sum T_{\text{همسایه}}}{4}$

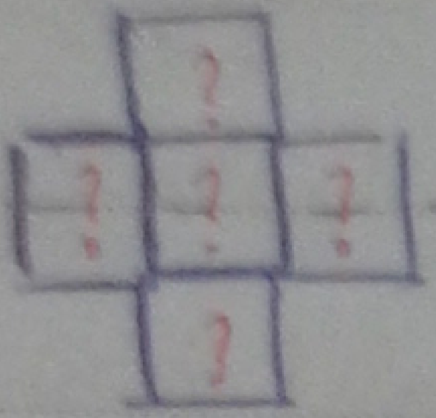
⇒ Matrix



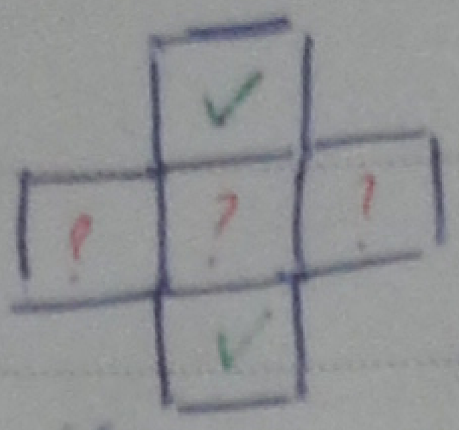
T = 0 (قطری)

(CFD) F.V. { Explicit, implicit, semi-implicit } — متدهای حل → $O(M^3)$

Ax = C Solution: (Mathematics)
→ Direct: Gauss elimination, Gauss-Jordan, choleski, ...
→ Iterative:



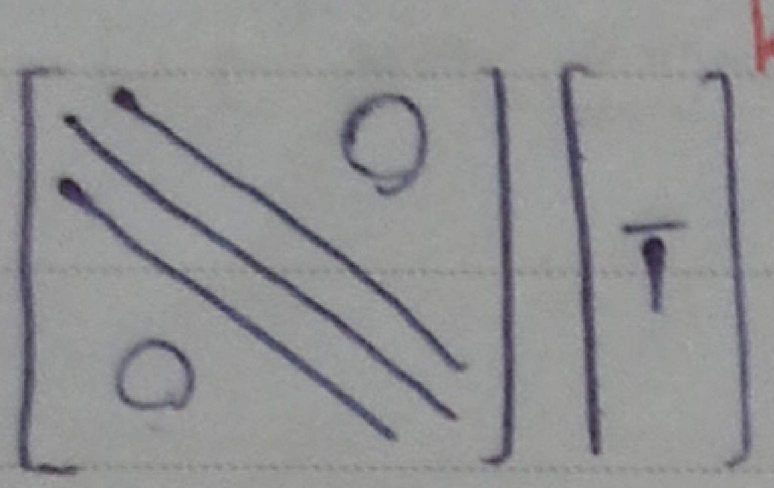
⟹ Direct



⟶ اندیس‌های k و k+1 کامل می‌شوند که مثلاً یکی را می‌توان فرض کرد از مرحلهٔ قبل داریم:

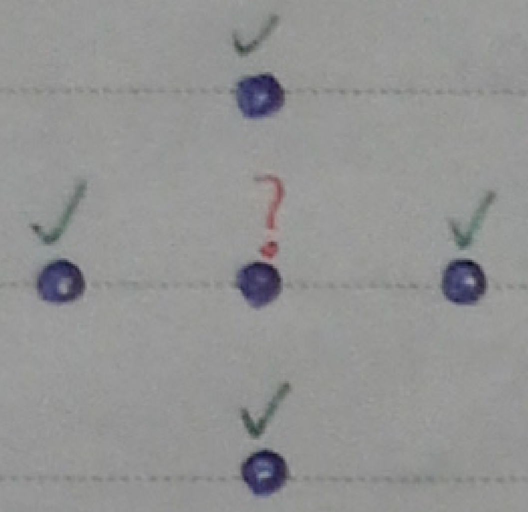
$$\bar{T}^{k}_{i,j-1} + \bar{T}^{k+1}_{i-1,j} - 4\bar{T}^{k+1} + \bar{T}^{k+1}_{i+1,j} + \bar{T}^{k}_{i,j+1}$$ ⟶ semi-implicit

بنابراین ماتریس به یک ماتریس ۳ قطری (از 5 قطری) تبدیل می‌شود و حل آن راحت می‌شود



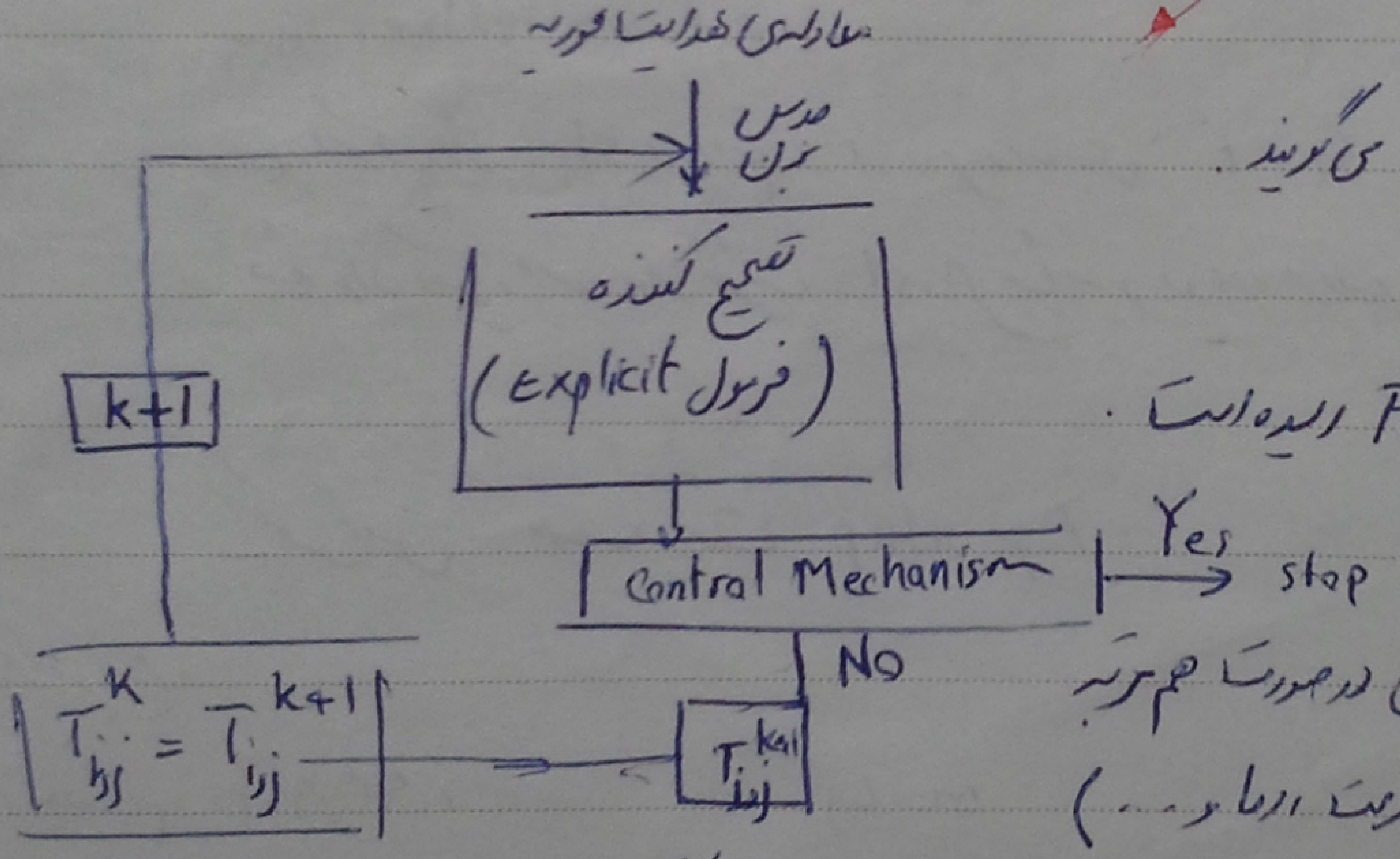
= RHS^{k} ⟶ semi-implicit ($3\times N^2$)

* روش Explicit:



$$\Rightarrow T^{k+1}_{i,j} = \frac{\sum^{\text{مجاور}} \bar{T}^{k}_{i,j}}{4}$$

شدت حل: 1. Jacobi 2. under relax.



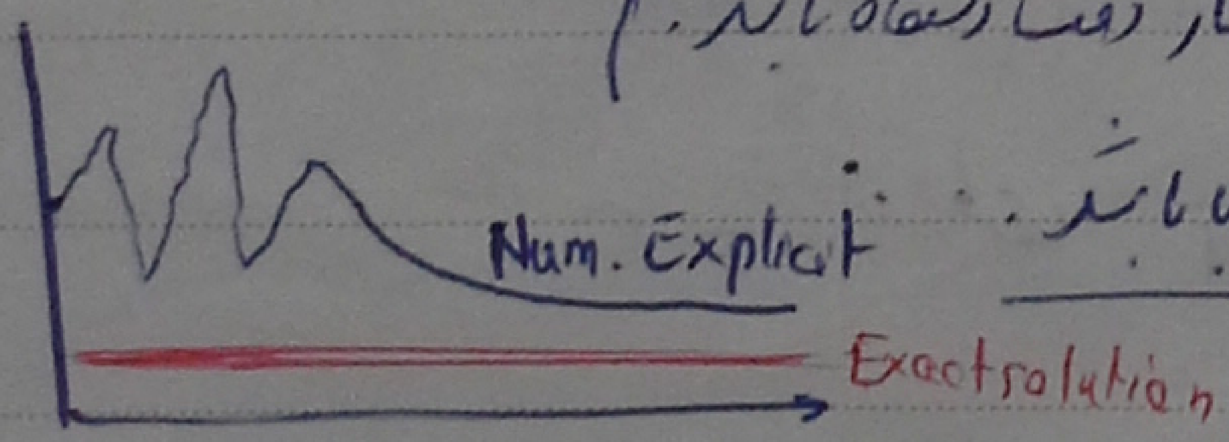
در روش‌هایی به آن Iterative می‌گویند.

⟵ مشکلات:

* اینکه بفهمیم به Final solution رسیده است یا نه.
* عدم اعتماد کافی به سیستم کنترل در صورت همگرا نشدن بار اول حل (شکل سرعت و دما و ...)

با دقت سیستم کنترل. (مثلاً: رقم 5 اعشار و رقم 2 اعشار دقت دستگاه باشد.)

بنابراین اگر عدد دار ثابت شد، به معنی ثبات نیست، باید دقت بالا باشد.



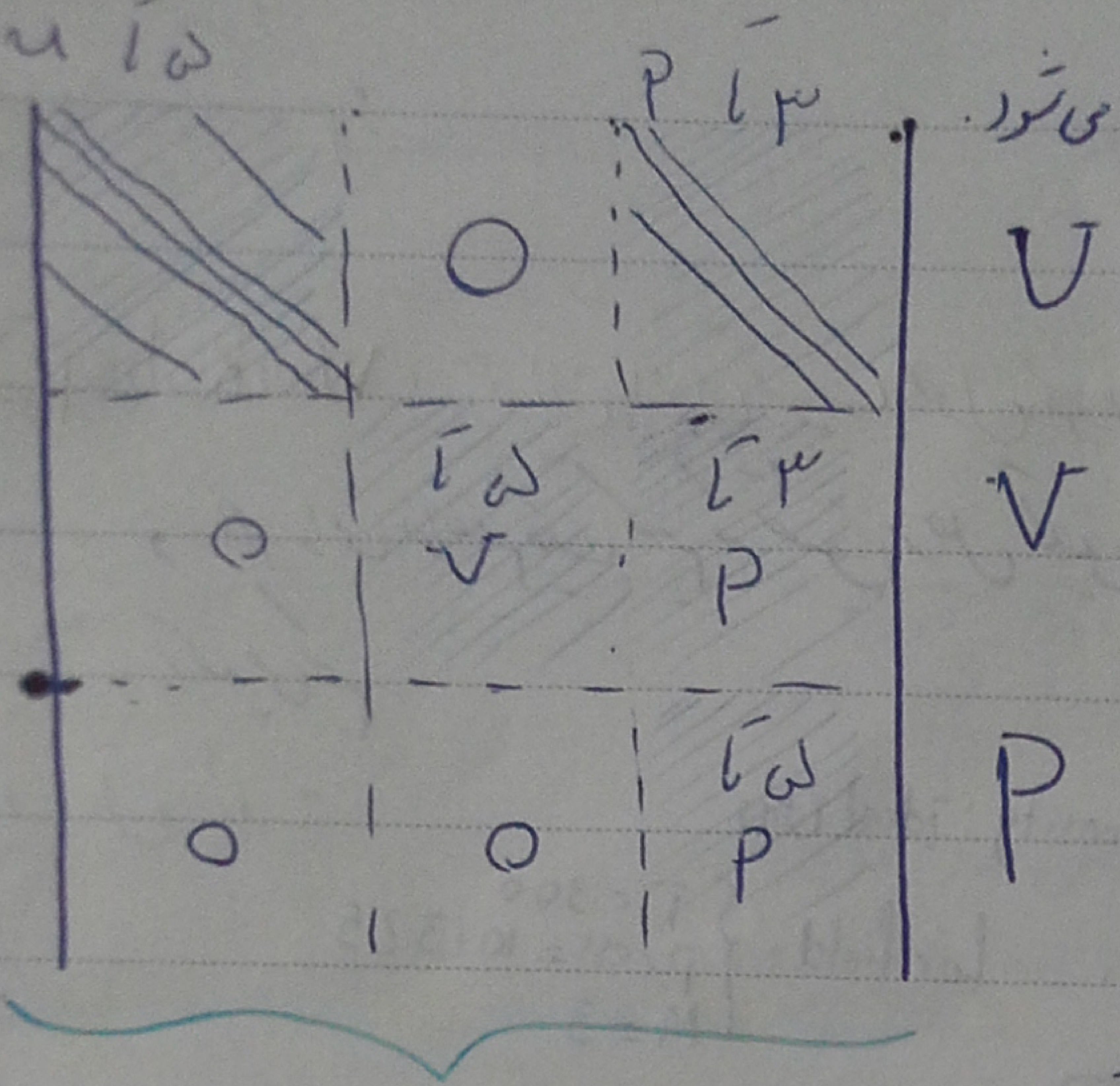
* عدم توانایی قسم خوردن به جواب‌ها
* دارا بودن شروط پایداری و همگرایی (مطلوب نیست.)

⟵ مزایا:

* $O(M^2)$.
* حافظهٔ کمتر.

*** ماتریس ۳ قطری شده و حل کلی دارد. (Marching forward / Marching backward)

باید فکر کرد این ماتریس‌ها را ساخت.



* دستگاه معادلات ماتریسی به‌گونه‌ی $\begin{vmatrix} u \\ v \\ \vdots \end{vmatrix}$ و ... می‌شود.

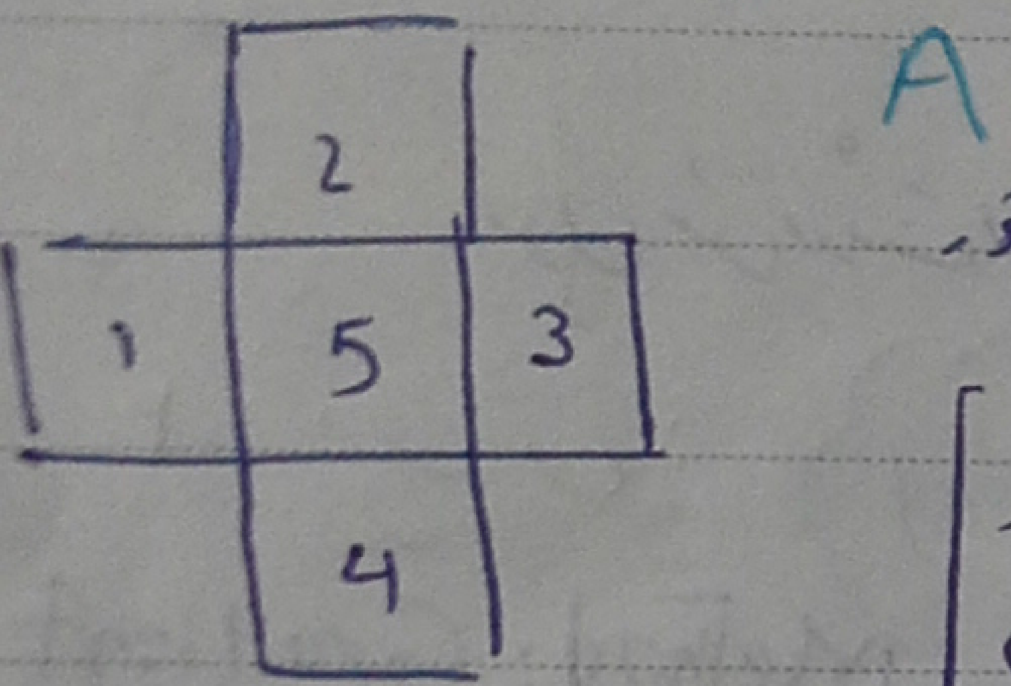
* ماتریس مستقل:

به گونه‌ای در نظر بگیریم که در x مومنتوم u^{k+1} مجهول، در y مومنتوم v^{k+1} مجهول

و در x مومنتوم تنها P_e و P_w مجهول

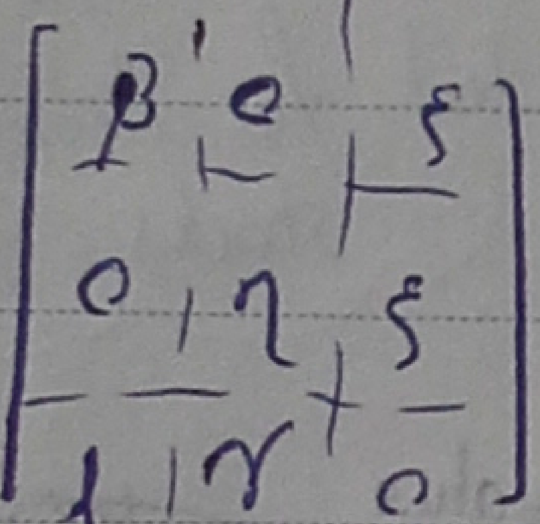
و در y مومنتوم P_n و P_s مجهول اند.

در پیوستگی ۵ تا P مجهول اند.

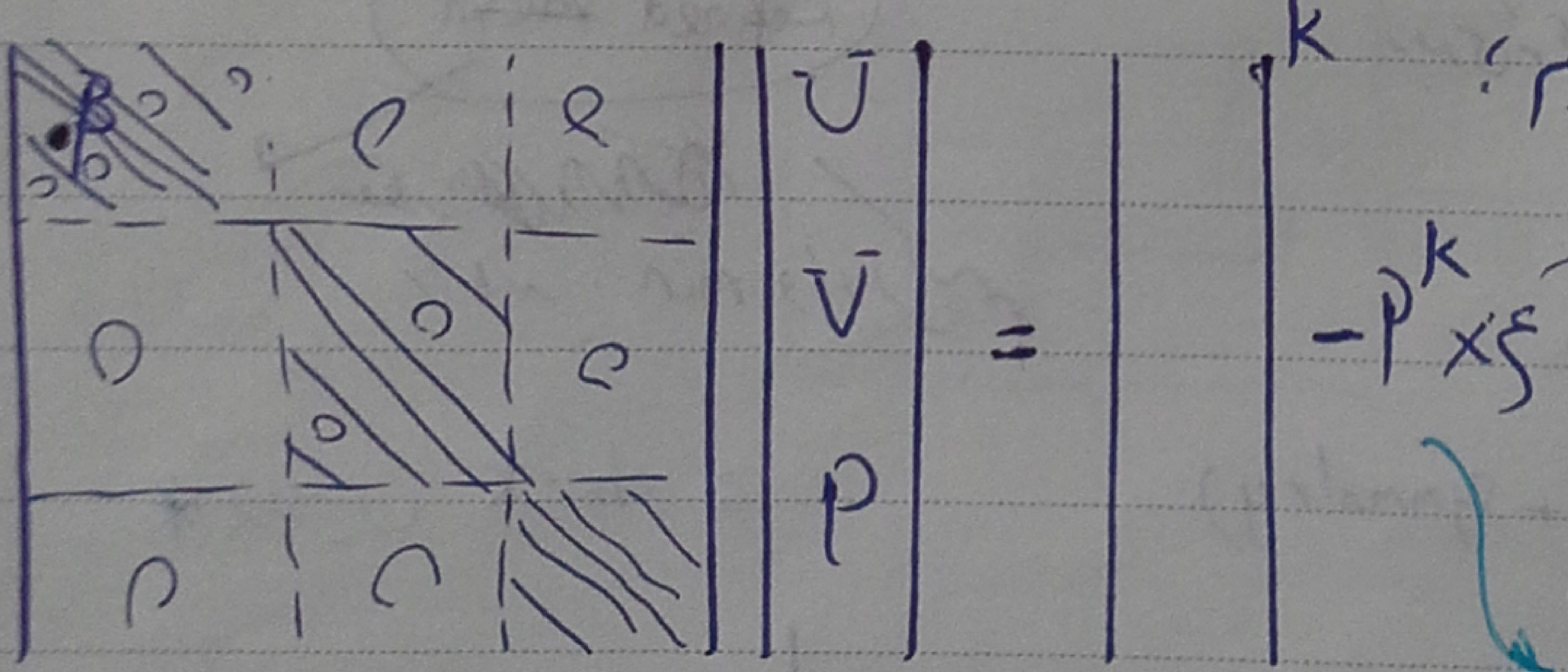


* ماتریس A باید در هر مرحله update شود.

* اگر معادله continuity را جدا بنویسیم، ماتریس روی قطرش صفر می‌شود.

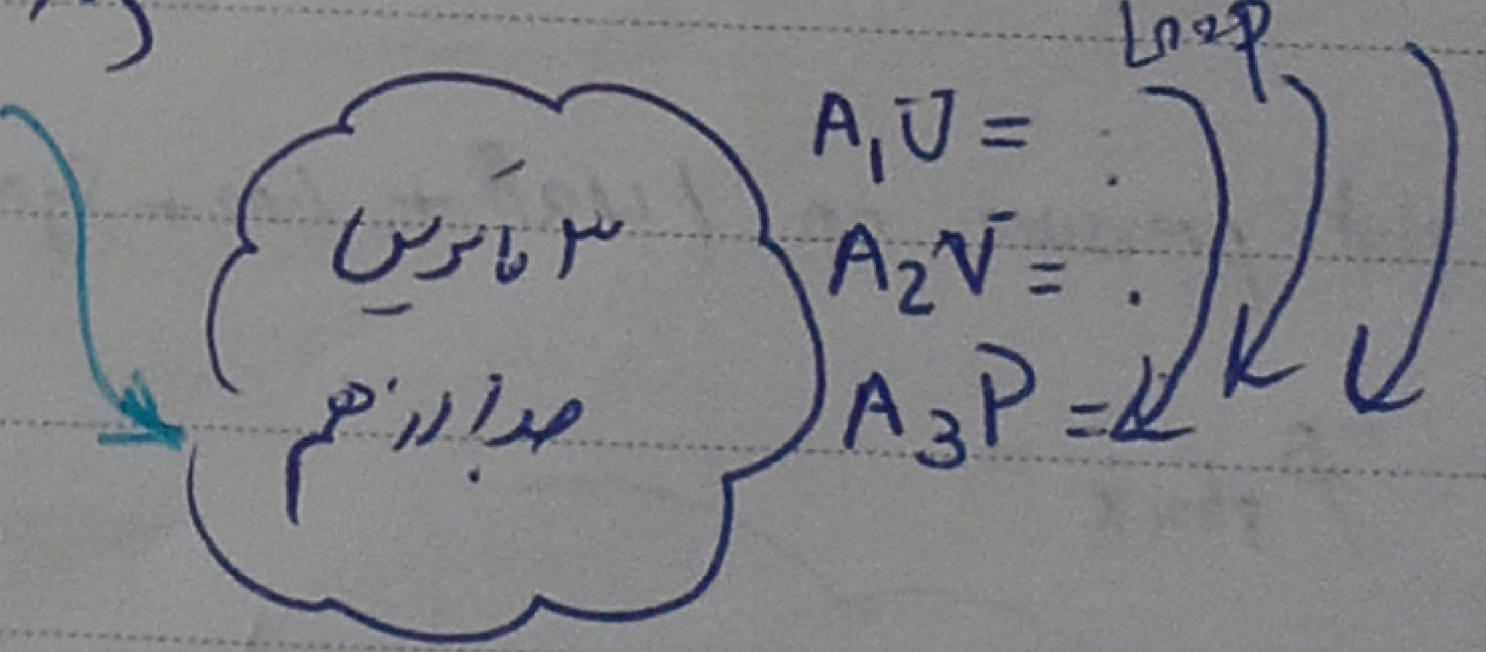


* در نرم افزارهای حرفه‌ای (u,v,p) و ... صفر می‌شود و باید ماتریس A کم می‌شود.



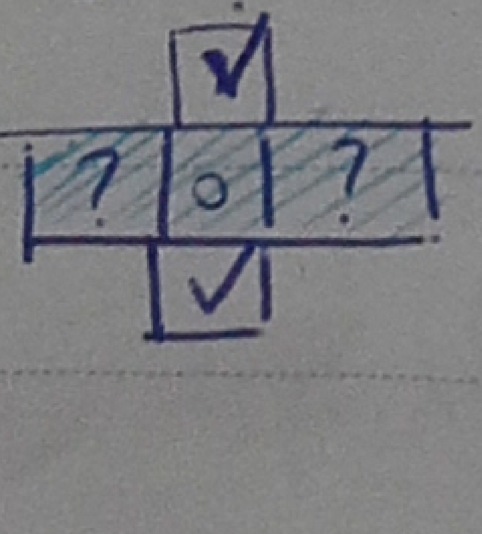
* اگر نسبت به P هم جدا کنیم:

segregated :



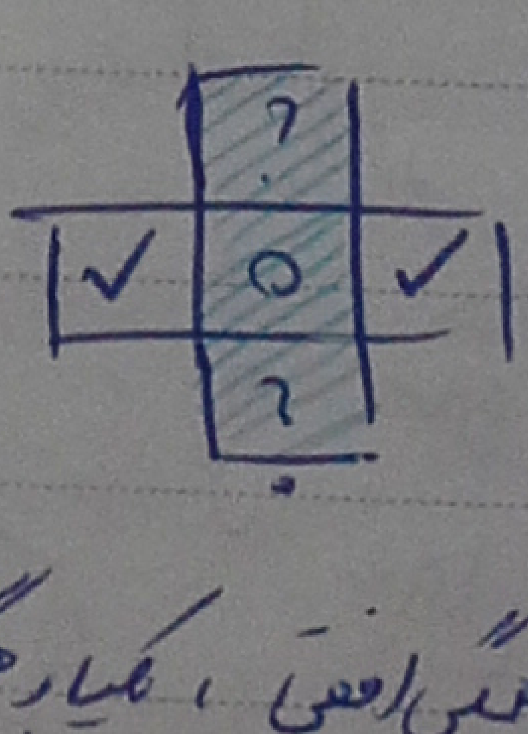
* ۵ قطری: از آنجایی که حل ۵ قطری سخت است، سه قطری می‌کنیم.

حل P



حل U:

حل V



تا اینکه یکبار جهت افقی، یکبار جهت عمودی و ...

couple

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه بیست و دوم :

Workshop XII ، جریان مافوق صوت حول مخروط و ارتقاء شبکه :

و β را می خواهیم چک کنیم که تطبیق بر حل تحلیلی است . همچنین تولید مش اتوماتیک در مکان های گرادیان زیاد را کد می کنیم .

hypersonic & Transient

۱- حل مسئله :

(I) Density Based (II) inviscid (III) Material: Density: ideal Gas

(IV) operating Condition: press = 0 (V) B.C. farfield: { T = 300, press = 101325, M = 3 }

(VI) solution controls: Cour Num = 0.9 (VII)

چون مش درشت است ، این شوک را باید هم گرفته است .

۲- تصحیح مش :

(I) Adapt (II) Gradiant: coarsen uncheck. (recommended for strong shocks) Method: Gradiant

(III) در اینجا فشار : چون گرادیانی باید تغییر یابد

Contour: contour of adption = Existing value — uncheck node values ✓

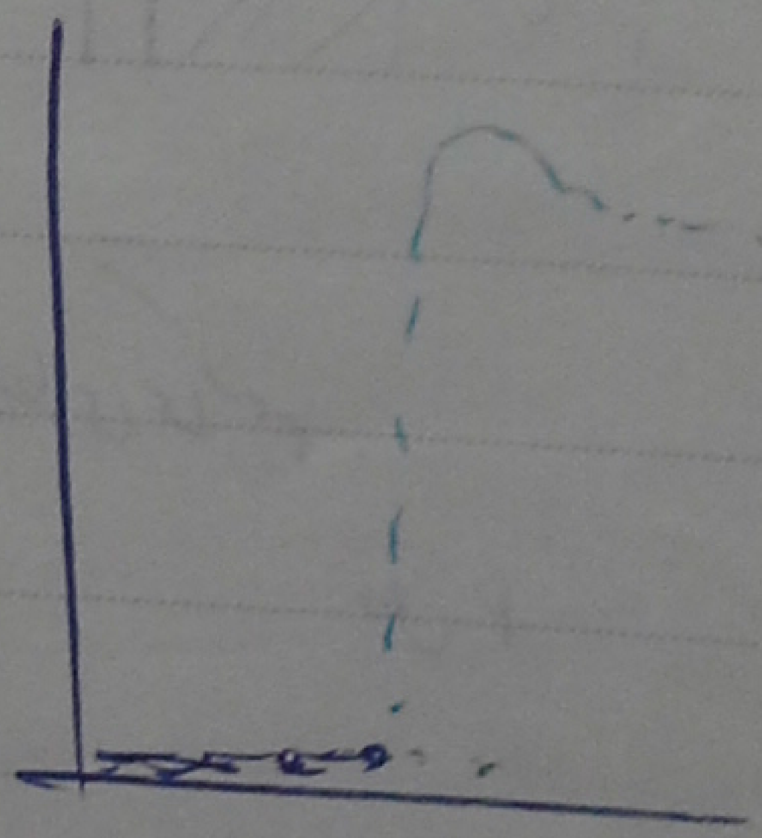
(IV) Auto rang: min → بعدی که خواهیم

Refined threshold (~~mesh~~) → مقدار ... را باید min وارد کنیم

plot pressure on (wall + line + symmetry)

* زاویه ی shock :

β_{shock} =



۱- size function برای ...

۲- هر بار ... است چون ...

B.L. ... Edge ... Quad ... برای ...

مثال ۲: معادله N.S. دو بعدی تراکم ناپذیر: = اویلر

زمانی که به معادلات پیوستگی فشار نداریم از نظر فشار کوپل نیست.

و حل دوگانه می‌شود.

$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \longrightarrow f(u,v)$

$\rho\frac{\partial}{\partial x}(uu)+\cdots \longrightarrow f(u,v,p)$

y Momentum $\longrightarrow f(u,v,p)$

تبدیل معادله جرم به پواسون:

$\frac{\partial(X\,momentum)}{\partial x}+\frac{\partial(y\,Mom)}{\partial y}=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}=RHS$

معادله انتگرالی $u=\phi$ است؛ در کوپل u و v به روش ایکال حل می‌کنیم

می‌گذاریم $u=\phi$ را مجهول در نظر می‌گیریم.

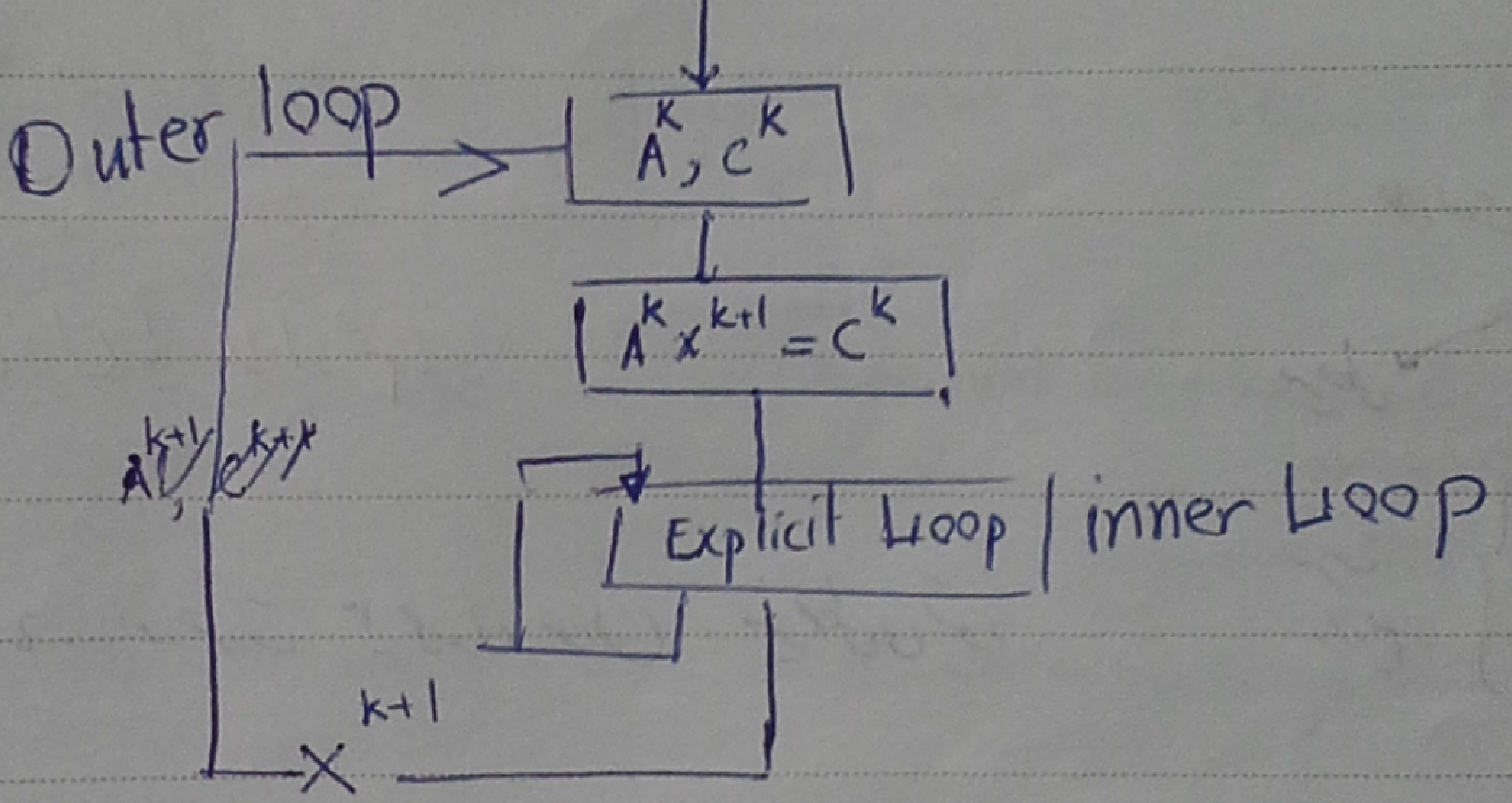
$$(\rho u_e^k)u_e^{k+1}-(\rho u_w^k)u_w^{k+1}+(\rho v_n^k)u_n^{k+1}-(\rho v_s)^k u_s^{k+1}+p_e^{k+1}-p_w^{k+1}=0$$

$\boxed{AX=C}$

$k=0$

حدس در ابتدا ضرایب متغیر است (u_0, v_0, p^0) حدس

دارای ۲ تا لوپ است



بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه ششم: ۱۵/۹/۹۳

Workshop II: جریان آرام و آشفته در لوله:

* مدل‌های تحلیلی مانند RANS برای تحلیل آشفتگی وجود دارد.

parameter = $\overline{\text{parameter}}$ + parameter′ (آشفتگی)

* با قرار دادن در معادلات، ترم آشفتگی اضافه می‌شود که مشکل مدل‌سازی این ترم است. ترم $\overline{u'v'}$

* مدل kω: اضافه کردن دو معادله k و معادله ω. (اتلاف لزجت) Ansys: help

۱. حالت Laminar:

* مدل k-ε که روی یک ناحیه با استفاده از روابط تحلیلی The wall of ... حل می‌شود.

* $\rho=75$ $\mu=0.001$

→ velocity Mag: 3.06 → pressure outlet → (1) Contour: Pressure: افت فشار velocity Mag

→ line/rake: lam1, lam2

Model: viscous: k-omega :Turbulent حل

pressure فشار ورودی و افت فشار بسیار بیشتر است. چون باید فشار محرک بیشتری نیاز دارد.

* برای رسم همزمان ۲ نمودار روی هم: (load)

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه بیست و یکم، ۱۷،۹،۹۳

حل عددی معادلات سازه‌ای

خطی: $\nabla^2 T = 0$, 1D Transport, 2-D Transport } سرعت داریم.

غیرخطی

تئوری: خطی‌سازی و حل کوپل یا جدا از هم؟

معادلات ترانسپورت 2D: درصورت ۳ مجهول بودن، غیرخطی می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi$$ ← خطی.

Total Energy: $\frac{\partial uE}{\partial x} + \frac{\partial vE}{\partial y} + \dots = RHS$

* جملات Convection غیرخطی + کوپل هستند
* درصورت مستقل شدن معادلات، موجب می‌شود که جواب یکی در دیگری صدق نکند.
*

حل معادلات مستقل: Incomp. و Constant prop. و استفاده از پواسن فشار:

x: $\rho \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \rho \frac{\partial (vu)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = RHS_x$

y: ρ . . . .

Cont: $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0$

Year. Month. Day.

1- B.L ثابت
2- متحرک BL
3- بالا BL

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی بیست و سوم: ۹۳/۹/۲۹

XIII - Workshop : انتقال حرارت مخلوط کردن جامد - مایع:

مسئله گذرا (از حالت گذار)، نسبت به Re می‌تواند مسئله unsteady یا steady باشد.

۱- حل مسئله: در لحظات اولیه conduction غالب است. بعد Cond - convection

۲- Artificial Thickness:

حل مسئله:

Forced Convection mesh 1 *

air:

(1) unsteady (2) Laminar (3) incomp - ideal gas (4) solid : wood (5) CO_2 (gas)

(6) Combustion → CO_2 : fixed value : Temp : const : 350

shell : wood

(7) velocity inlet : 0.005 Temp : 300 (8) Resudual (9) surface : wall com - 2
Area weigted avg
Temp

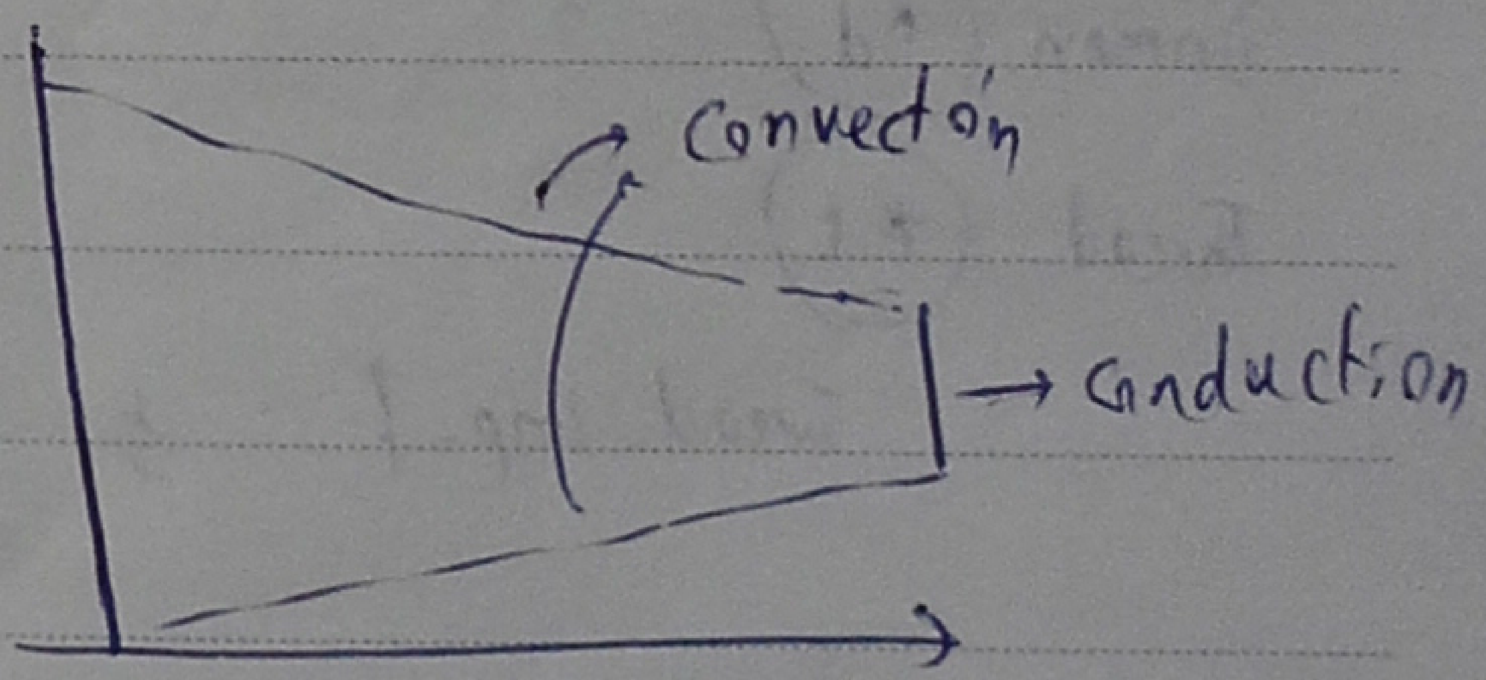
(10) time step size : 200 no. of tim-st = 10 ⟿ انتقال حرارت کند است

Max iteration: 5

→ (40) no. of time step :-

→ (300) → no.

(11) contour : Temp + Velocity



Natural conv.

gravity on : x = -0.005

velocity - inlet ⟷ pressure inlet

Wall - Heat flux / Coupled wall - Thickness : 0.05

* Mesh 2 ; ایراد ضخامت ریز که:

مش بسیار بالاتر است

بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه‌ی بیست و چهارم: ۱۶ خرداد ۹۲ :

Workshop XIV : جریان جت آزاد : User Defined Func.

۱ـ معرفی

۲ـ حل با

۳ـ حل با UDF

۴ـ مسئله

* نرم افزار curveexpert

1.

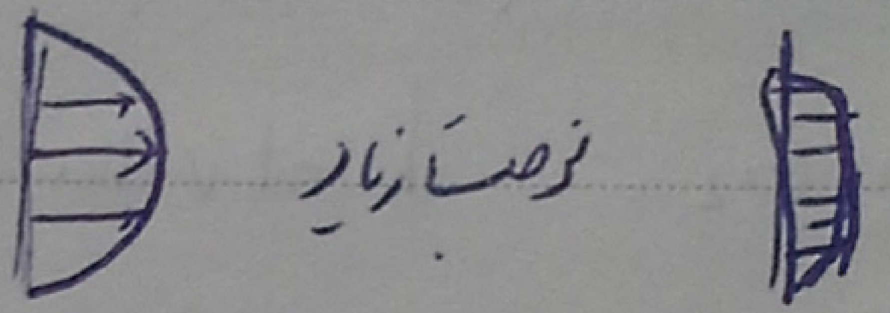
(1) viscousity: 1.7498

(2) velocity 30 $\frac{m}{s}$ /

(3) Courant = 70 / coupled : solution

(4)

* حل uniform :



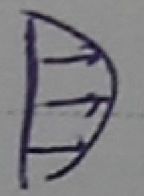
سرعت کم

سرعت زیاد

*node

*c

(f) مواقع شرایط مرزی



node ; ~~center nodes~~ ; cell ; face ;

Domain (*d)

Thread (*t)

thread_loop_f

* UDF :

آدرس دادن به فلوئنت و کارها cell ها ؛

برای یک شرایط خاص گذاشته‌ایم.

* زبان UDF مثلاً e_U(c,t) نشانگر u است. دیگر

(مطالعه‌ی UDF manual)

* توابع DEFINE : برای مثال source

مهم

```
#include udf.h
DEFINE_PROFILE(inlet x-velocity, Thread, index)
real X(ND-ND)
real y
begin f Loop (f-thread)
```

```
F_centroid(x, f, Thread)
    y = x(t)
F-PROFILE (f, Thread, index) = 32.3
```

Subject.

Year. Month. Day.

1) material 2 Coupled - Courant 70 3 - Resuduals

4) User define → function → interpreted: velocity profile.c

درصورتی که مثلاً خروجی لوله را داشتیم دیگر لازم نیست خود لوله را حل کنیم.

5) define. B.C: udf (inlet_x_velocity) رسم (هم سرعت هم فشار)

6) initialize

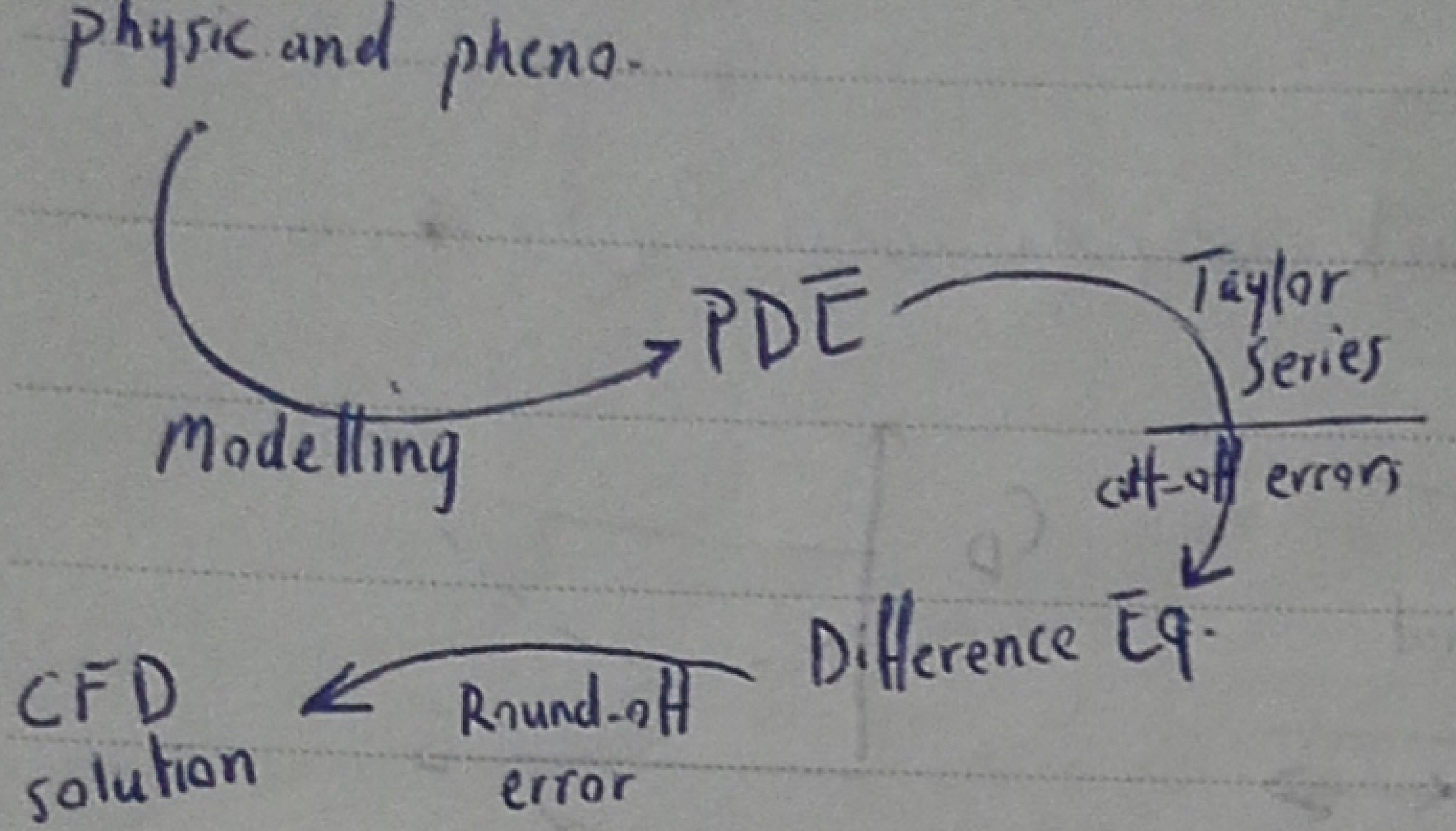
7) اگر روی صفر initialize کنیم، سرعت را صفر می‌گیرد. تنها ایرادش iterate کنیم دیرتر
می‌شود. اما hybrid نه از همان اول درست در نظر می‌گیرد.

iteration تا 700

«بسم الله الرحمن الرحیم»

جلسه‌ی بیست و پنجم: ۹۲/۱۰/۸

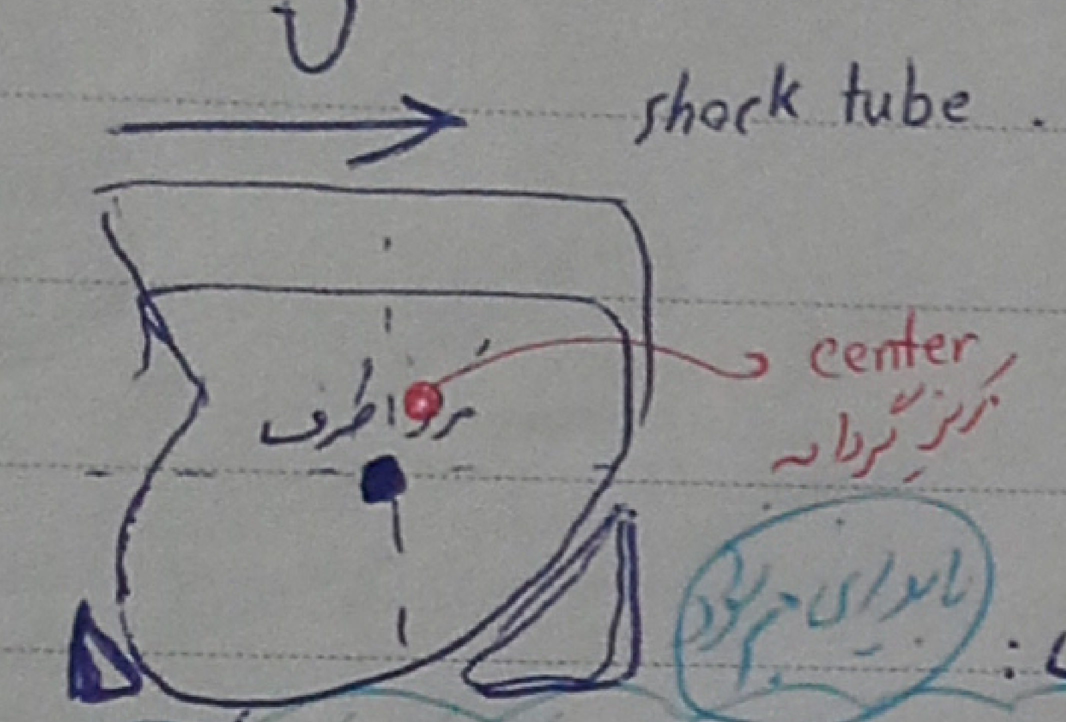
صحت‌سنجی و راستی‌آزمایی:



چالش پیش‌بینی پدیده‌های جریان سیال در دنیای واقعی:

* seperation - Laminar and Turbulent
* wave propagation of a ship
*

برای اطمینان از عدم خطا در جواب باید مراحل صحت‌سنجی را طی کرد:



راه‌ها: ① مقایسه با حل تحلیلی (محدودیت) ← وجود دیگر حل شوک shock tube

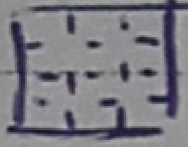
② تجربی

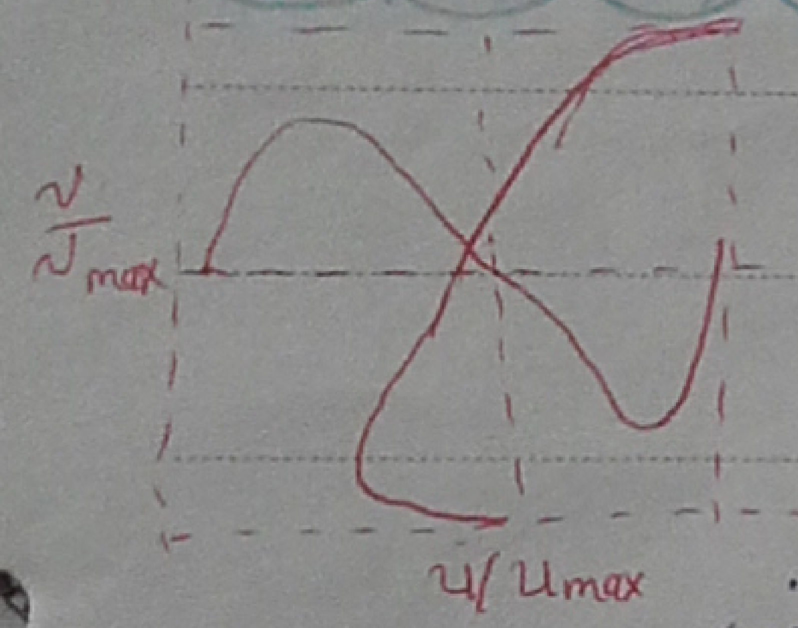
③ نتایج عددی دیگران (validation) صحت‌سنجی

← قبل از مقایسه نیاز داریم مطمئن شویم خودمان که خطای گسسته‌سازی رخ نداده است:

① حل مستقل از شبکه (سایز) ← اثر خطای برشی ⟸ اگر مستقل شود، cut-off را حذف کرده‌ایم.

* نکته: در بعضی حل‌ها با ریز شدن شبکه، جواب حل می‌کند اما ممکن است در ۱۰۰ سال نرسد، در این صورت: باید شبکه‌ی ریز در سمت درست انجام شود.





بنابراین برای چالش structured باید independency مش بزنیم.

(برای توانایی کسب دوره truncation و کاهش با افزایش آن) و دیگران تشخیص داده‌اند نیز خطا به خاطر تغییر شبکه (جابجایی آن‌ها) است یا به خاطر ریز شدن آن!

← محدودیت: سخت‌افزار

② بررسی حساس‌ترین پارامترها؛ مانند: گرادیان مرکز گردابه‌های دلخواه، پایین چپ و پایین راست! پروفیل سرعت! C_f و C_p قابل اعتماد نیست. می‌شود روی پارامترهای کلی جریان حساب باز کرد. C_p به بخش حساسیت مربوط

از روی پروفیل سرعت نیز می‌فهمیم که باید پیشرو روی هم افتاده باشند.

* چون تمام حل‌های عددی، یک PDE را حل می‌کنند، باید یکسان شوند
* معلوم نیست تجربی مسئله‌ی ما را حل کند.

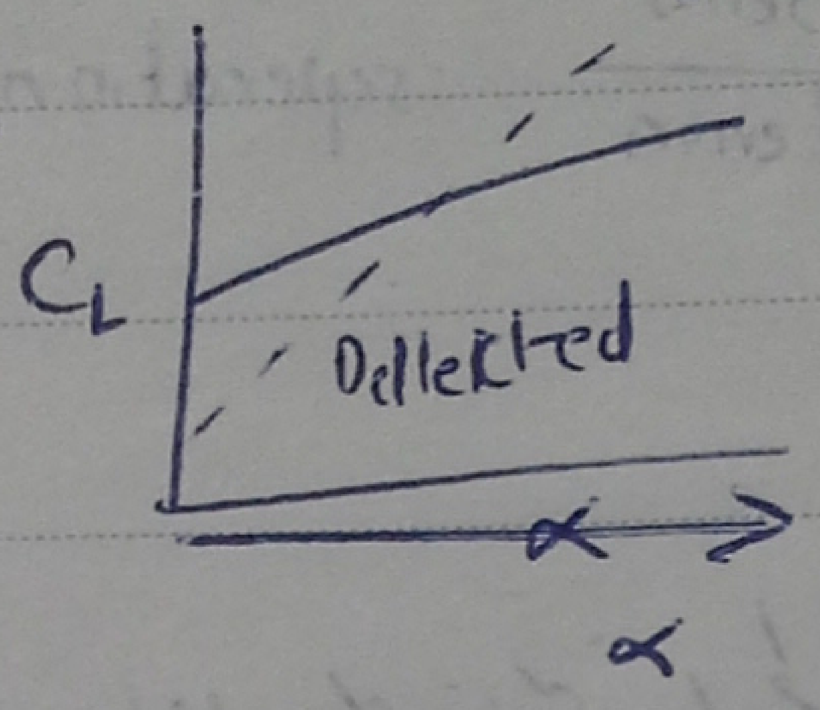
} ⟸ همگرایی ما و ملاک ما حل عددی دیگران است.

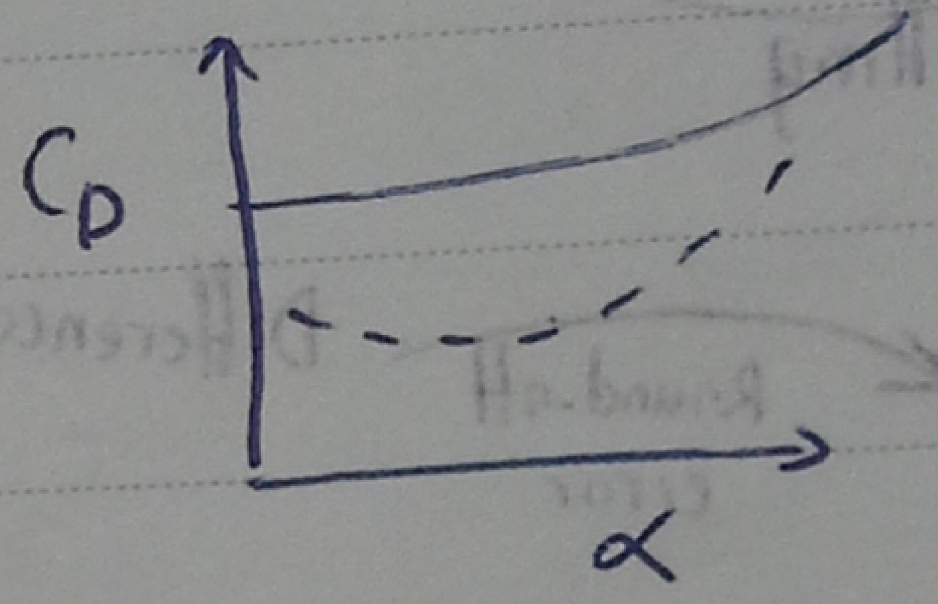
PAYA Year. Month.

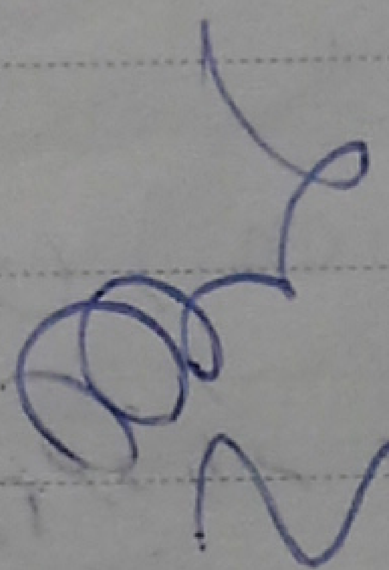
* حل عددی ای معتبر است که cut-off error را هر چه بیشتر حذف کرده باشد. به بهترین این حل ها benchmark می گویند

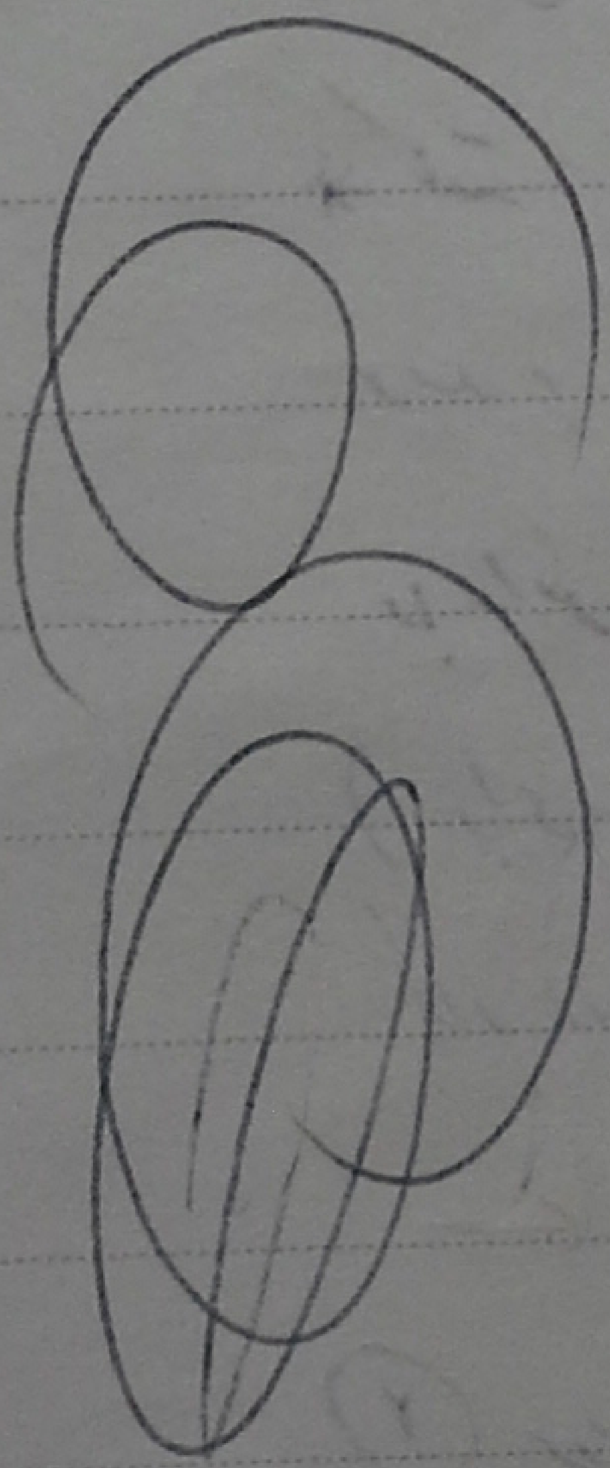
* سوال ؟ در صورت عدم وجود benchmark ؟

Drag reduction of light UAV Wing with Deflectable surface in Low Re # Flows



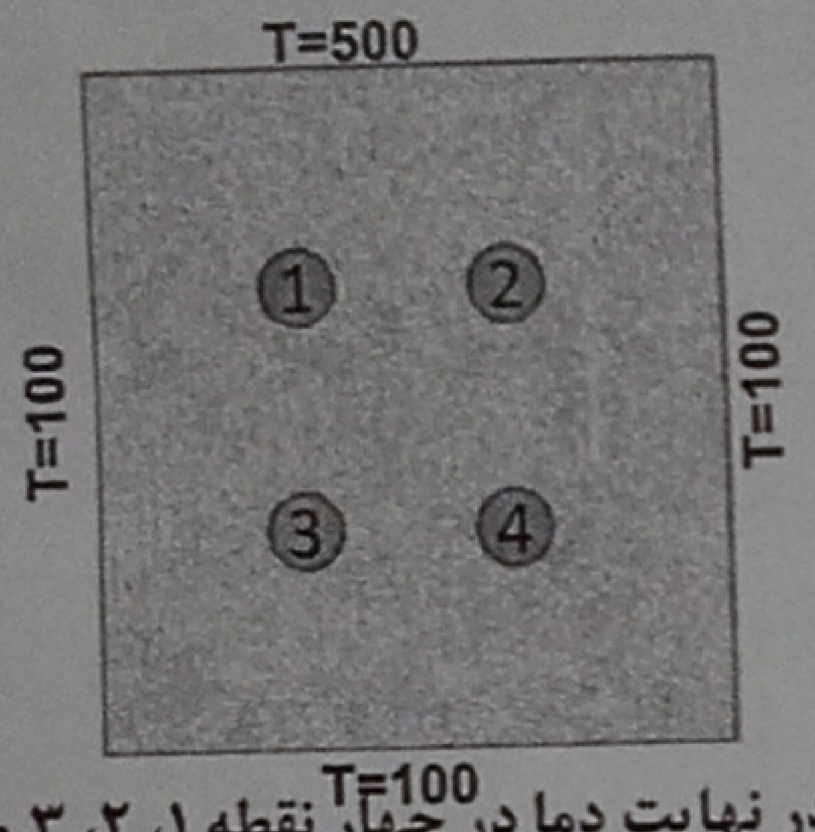






ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

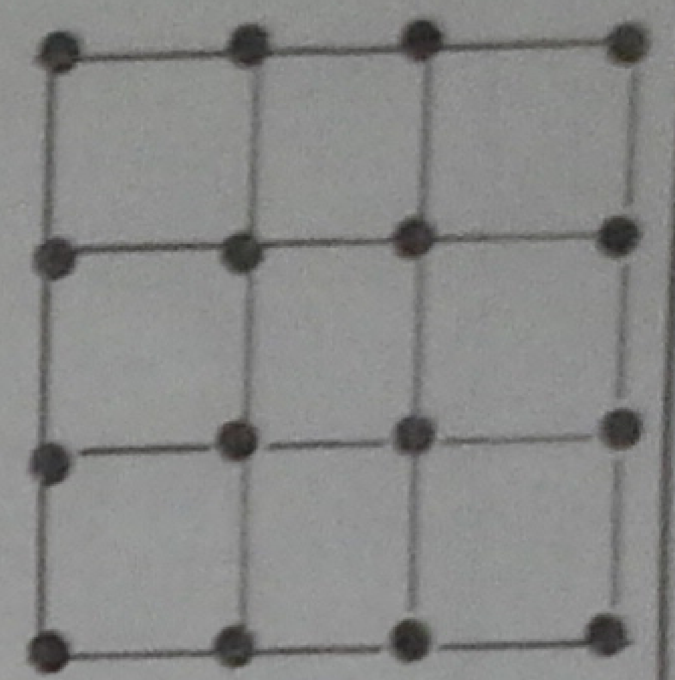


سوال: در آن صورت در نهایت دما در چهار نقطه ۱، ۲، ۳ و ۴ به فاصله مساوی از یکدیگر و از اضلاع چه مقدار می شود؟

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

$$T_{i,j-1}+T_{i-1,j}-4T_{i,j}+T_{i+1,j}+T_{i,j+1}=0$$



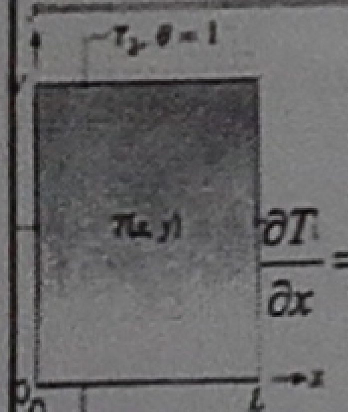
حل شود

$$\begin{cases} T_1=250 \\ T_2=250 \\ T_3=150 \\ T_4=150 \end{cases}$$

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

بازگست به همان مسئله
ولی با شرط مرزی آدیاباتیک چطور ؟



$$\frac{\partial T}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

$$T_{i,j-1}+T_{i-1,j}-4T_{i,j}+T_{i+1,j}+T_{i,j+1}=0$$

ولی نقطه فیزیکی خارج از مرز نمی توان برای خارج از جسم متصور بود ☹

$$T_{m,j-1}+2T_{m-1,j}-4T_{m,j}+T_{m,j+1}=0$$

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
امکان بکارگیری انواع شبکه تولیدی و محاسن ممکن آنها

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

نتیجه گیری:

- ✓ فهمیدیم که CFD (یا حداقل روش اختلاف محدود) نیاز به شبکه دارد ☺
- ✓ ولی شبکه خوب یعنی چی؟
  - ➢ ریزی یا درشت؟
  - ➢ یکنواختی و غیر یکنواختی؟
  - ➢ کشیدگی؟ یا عدم کشیدگی؟
  - ➢ تعامد؟ یا غیر تعامد؟
  - ➢ ملاحظات در مرز؟ یا خیر؟

Dr. Masoud Darbandi

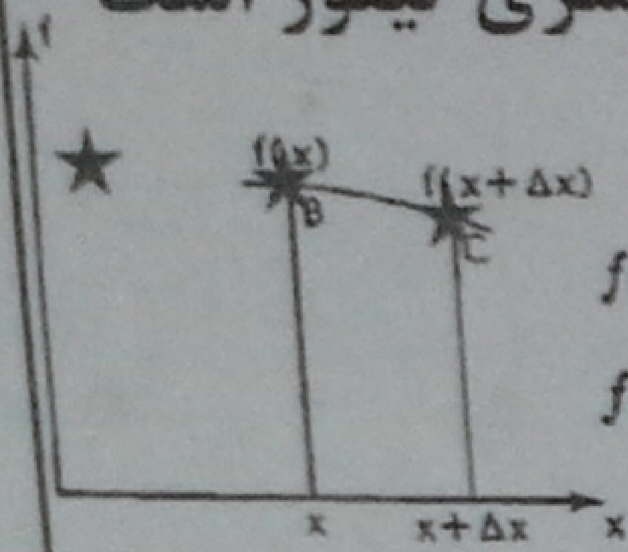
23

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$$

مبنای روش اختلاف محدود همان دانش بسط سری تیلور است



یادآوری **بسط تیلور از دیدگاه ریاضی:**

(A) $$f(x+\Delta x)=f(x)+(\Delta x)\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}+\cdots$$

(B) $$f(x-\Delta x)=f(x)-\Delta x\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}+\cdots$$

امکانا ترمهای مرتبه بالاتر در مقابل ترم های مرتبه اول ناچیز باشند:

(A) $$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}-\frac{\Delta x}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\frac{(\Delta x)^2}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}+\cdots$$

A-B: $$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{2\Delta x}+O(\Delta x)^2$$

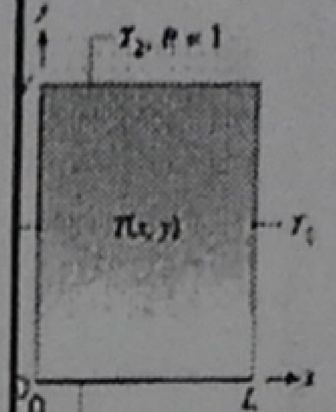
A+B: $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{f(x+\Delta x)-2f(x)+f(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2}+O(\Delta x)^2$$

24

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

نیاز به تخمین مشتقات ریاضی مستخرج از تقریب بسط تیلور بکمک کامپیوتر



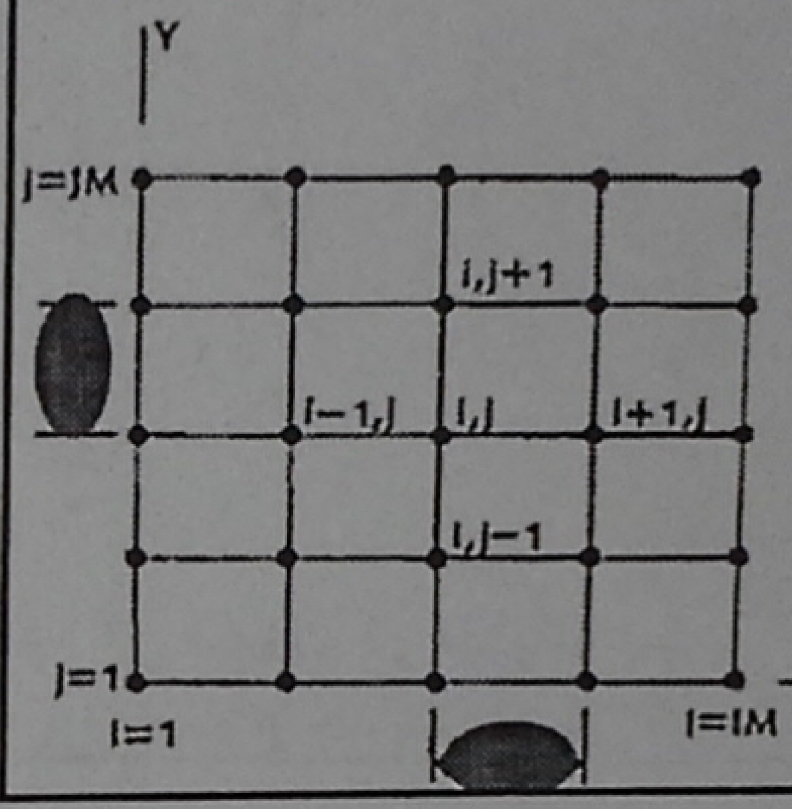
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{T(x+\Delta x,y)-2T(x,y)+T(x-\Delta x,y)}{(\Delta x)^2}+O(\Delta x)^2$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\frac{T(x,y+\Delta y)-2T(x,y)+T(x,y-\Delta y)}{(\Delta y)^2}+O(\Delta y)^2$$

جایگذینی:

$$\nabla^2 T=\frac{T(x+\Delta x)-2T+T(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2}$$



نیاز به تغییر به زبان قابل فهم برای کامپیوتر است

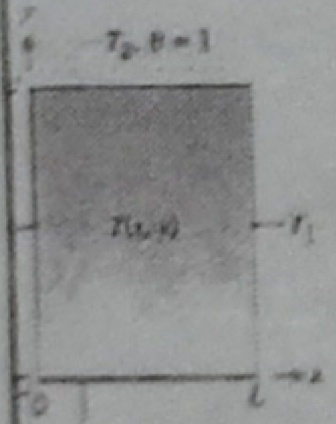
$$\frac{T_{i+1,j}-2T_{i,j}+T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}+\frac{T_{i,j+1}-2T_{i,j}+T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}\approx 0$$

25

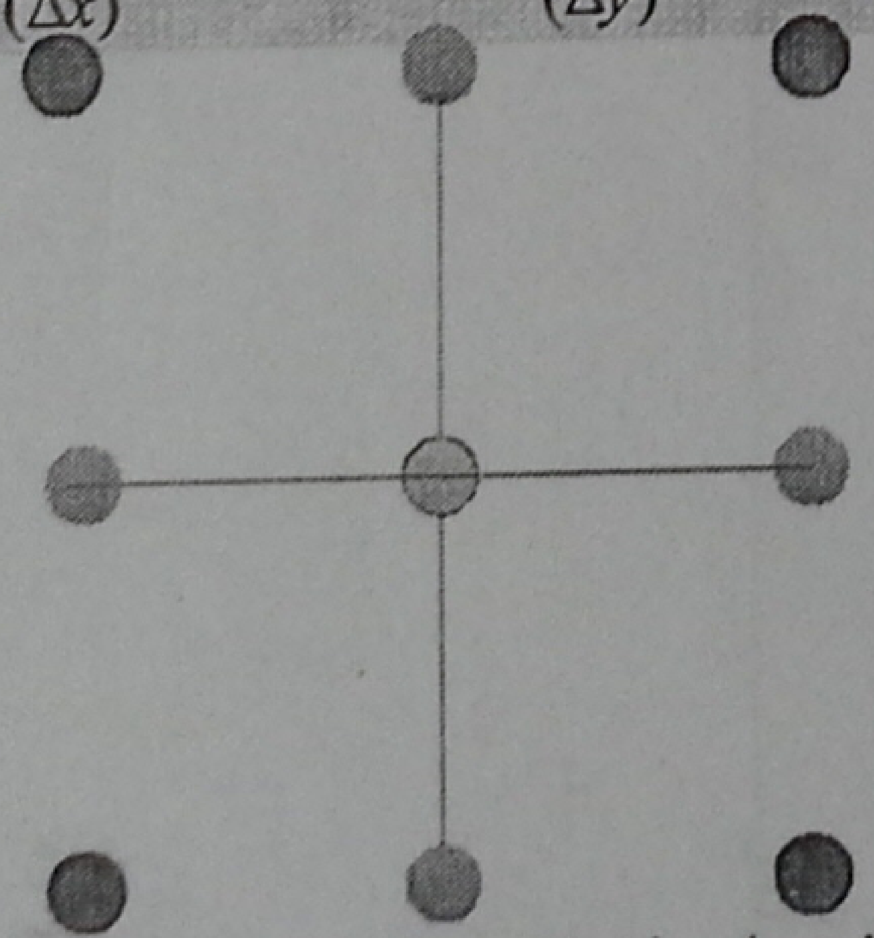
ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

مسئله ریاضی تبدیل به مسئله کامپیوتری شد:



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \quad \frac{T_{i+1,j}-2T_{i,j}+T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}+\frac{T_{i,j+1}-2T_{i,j}+T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}\approx 0$$



نوشتن این اختلاف برای همه گره ها منجر به دستگاه n معادله n مجهول می شود

26

ICFD
دکتر مسعود دربندی
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

ج ۲ – چرا CFD به تولید شبکه نیاز دارد ؟
ریشه یابی نیاز به تولید شبکه در CFD

استخراج دستگاه معادلات خطی برای شرایط Δx=Δy

$$\left\langle T_{i,j-1}+T_{i-1,j}-4T_{i,j}+T_{i+1,j}+T_{i,j+1}=0\right\rangle_{\text{for any node in the solution domain}}$$

$$\begin{bmatrix} & & & & & & & & & & \\ \cdots & +1 & \cdots & +1 & -4 & +1 & \cdots & +1 & \cdots \\ & & & & & & & & & & \end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\vdots\\ T_{i,j-1}\\ \vdots\\ T_{i-1,j}\\ T_{i,j}\\ T_{i+1,j}\\ \vdots\\ T_{i,j+1}\\ \vdots\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\vdots\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 0\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ \vdots\end{Bmatrix}$$

Figure 5.12 Comparison of the upwind difference numerical results and the analytical solution for Case 1

1st order Upwind

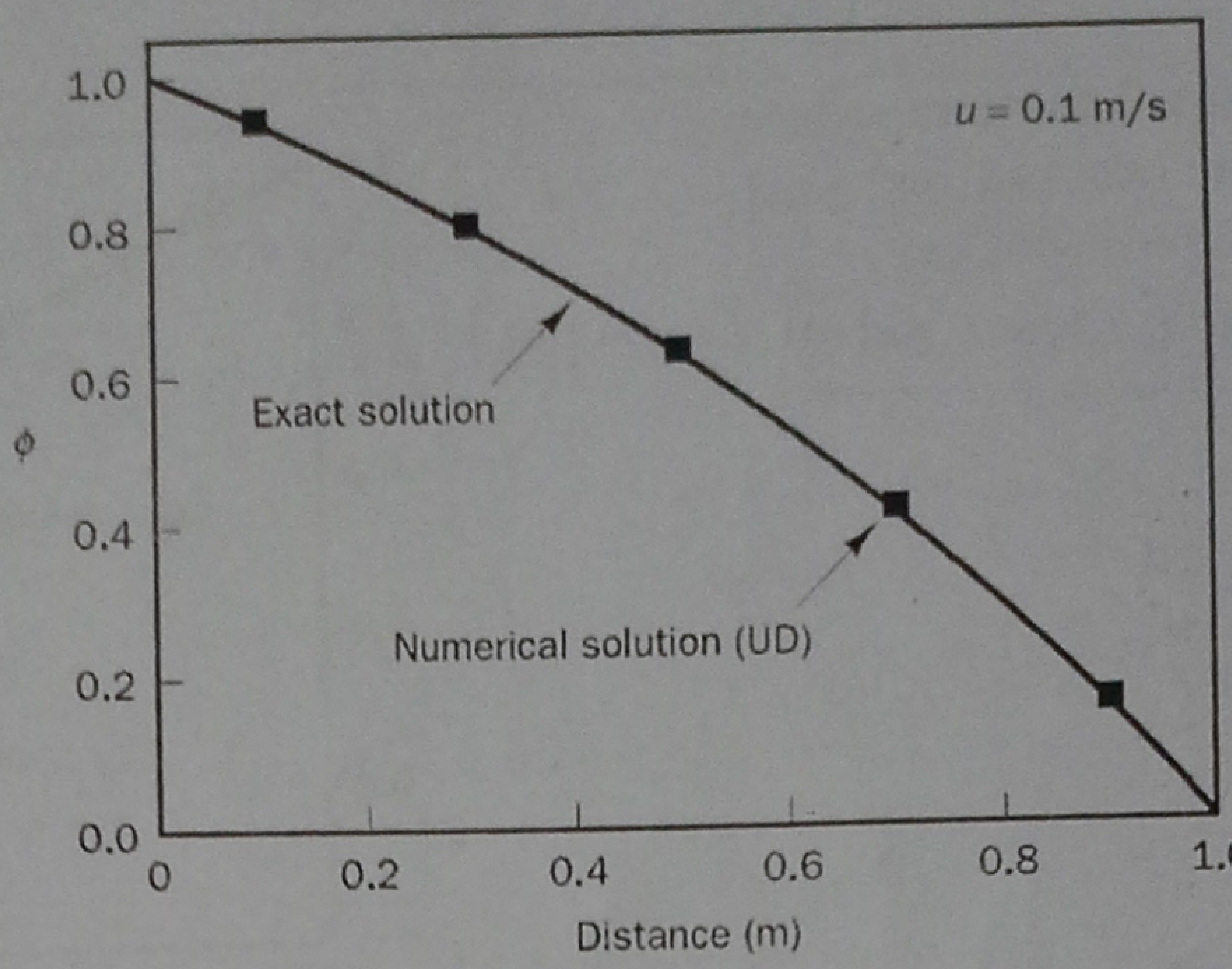


Figure 5.13 Comparison of the upwind difference numerical results and the analytical solution for Case 2

1st order upwind

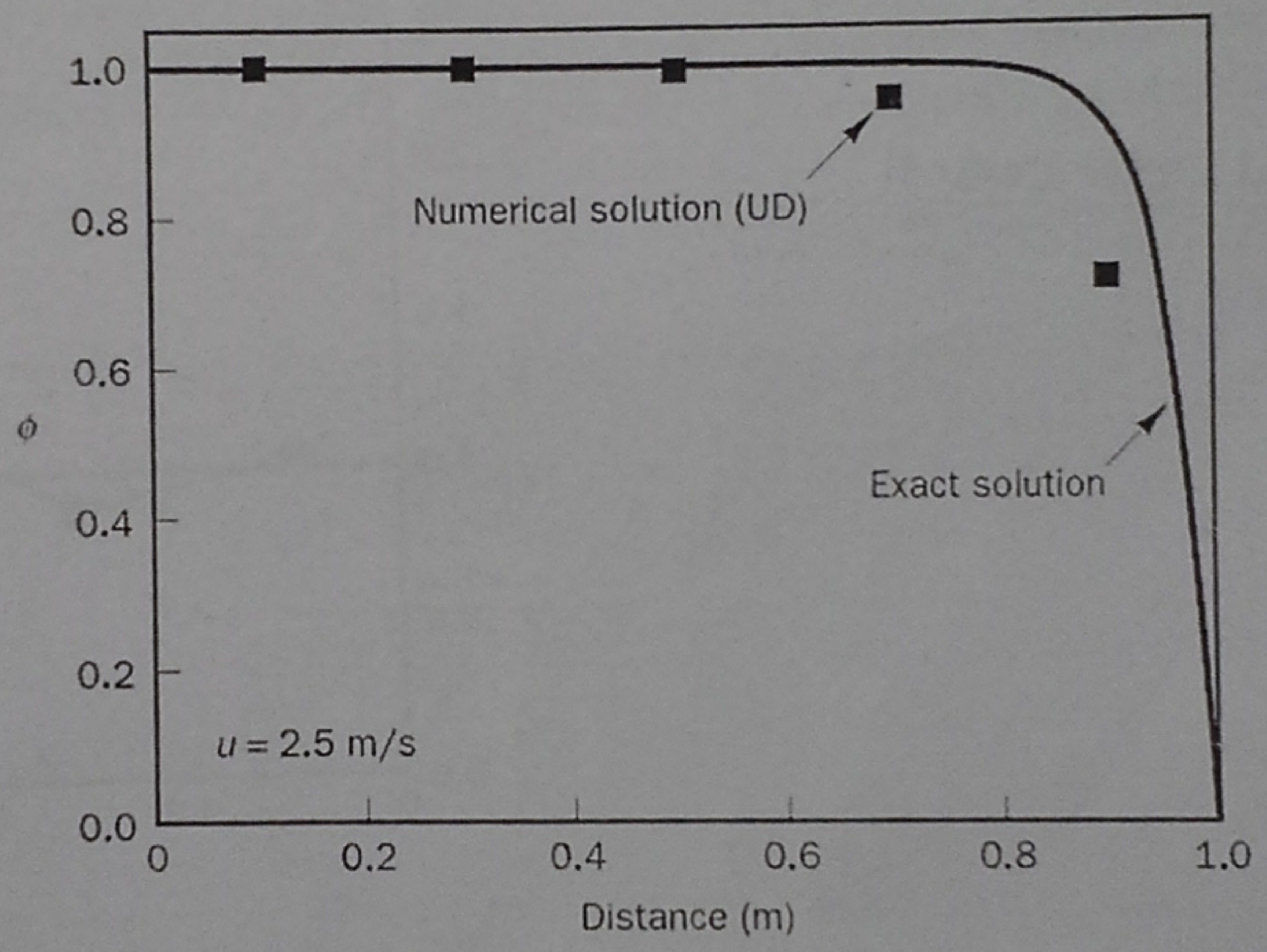
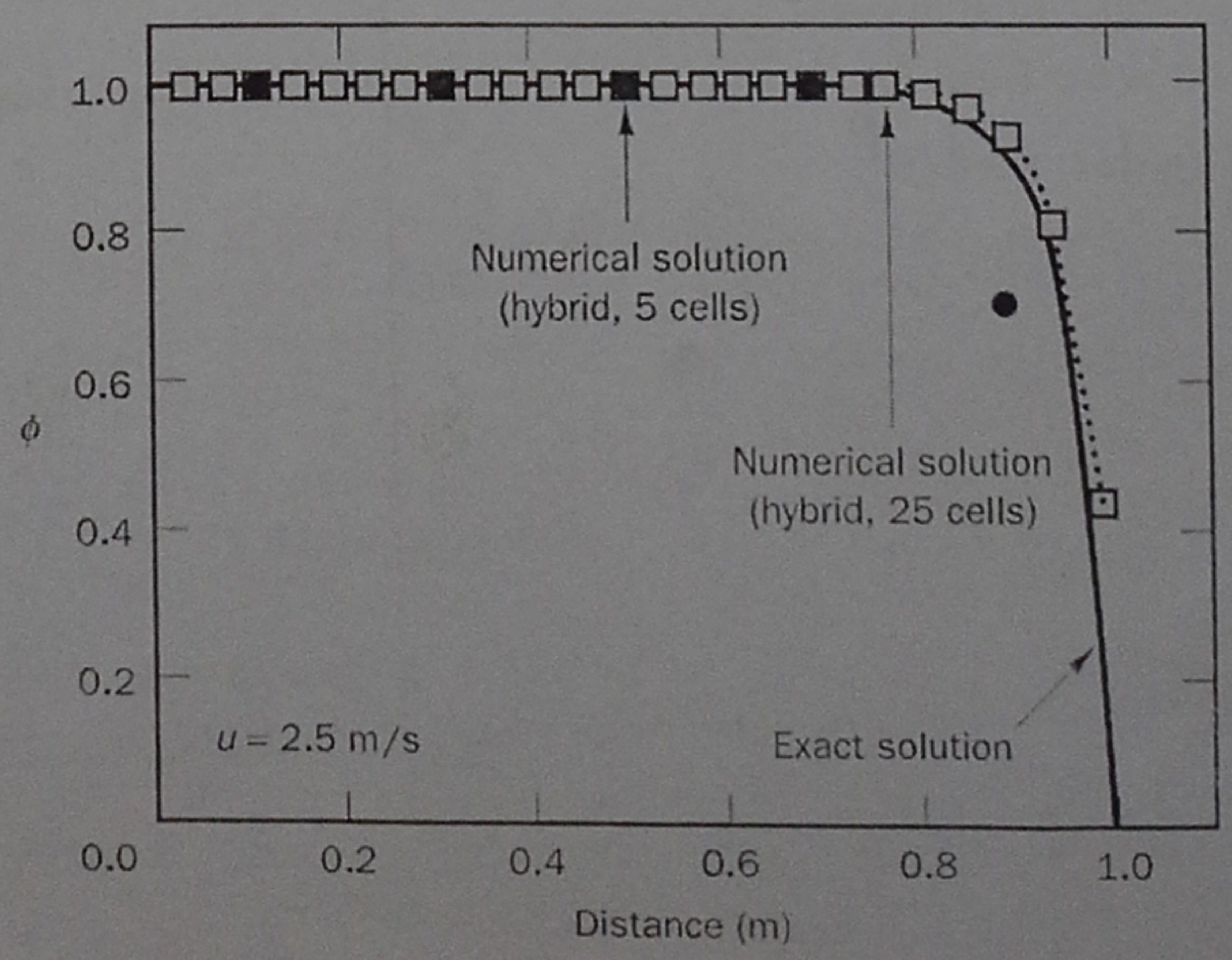


Figure 5.16

1st order upwind



(*)

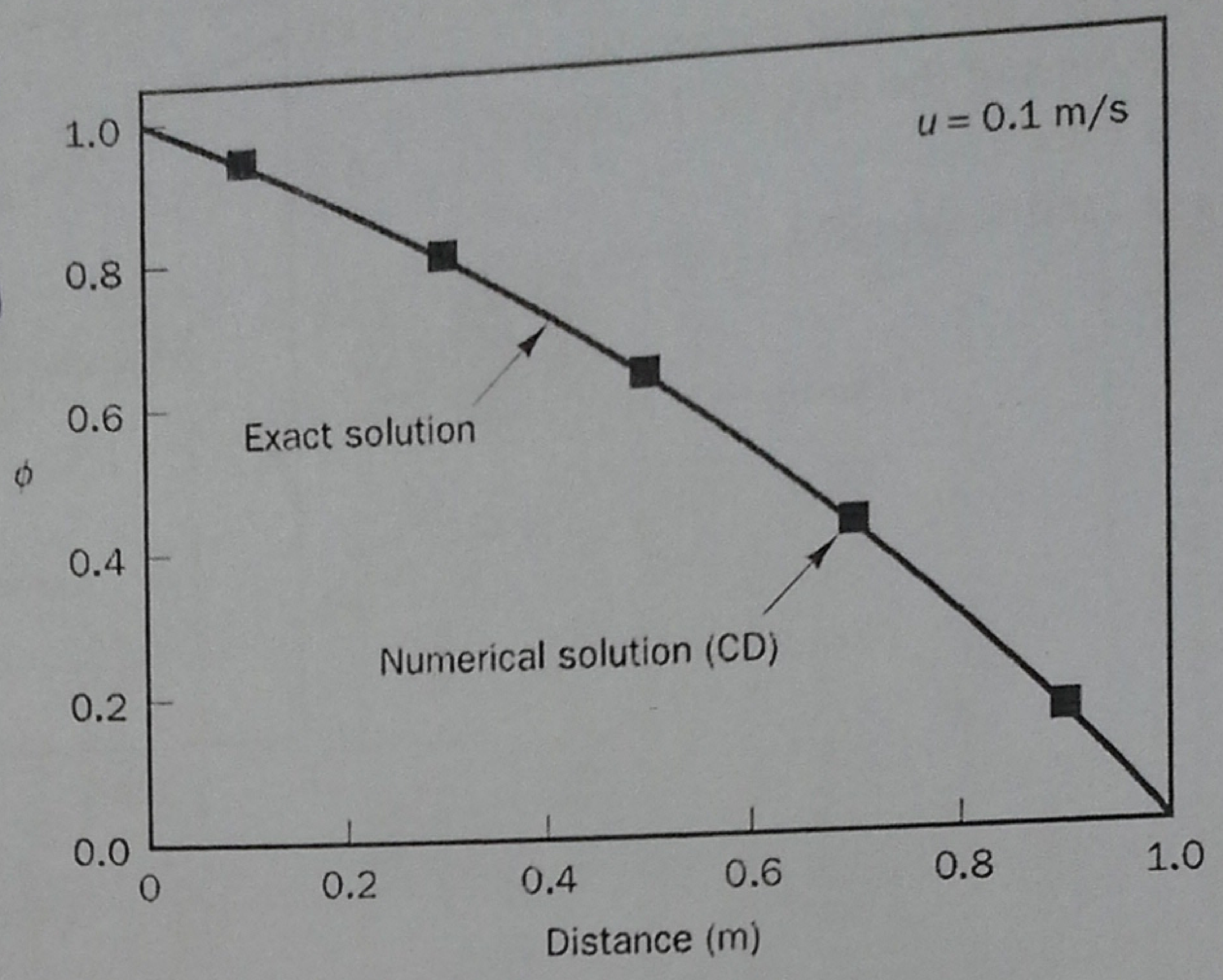


Figure 5.4 Comparison of numerical and analytical solutions for Case 1

2nd order Central (averaging)

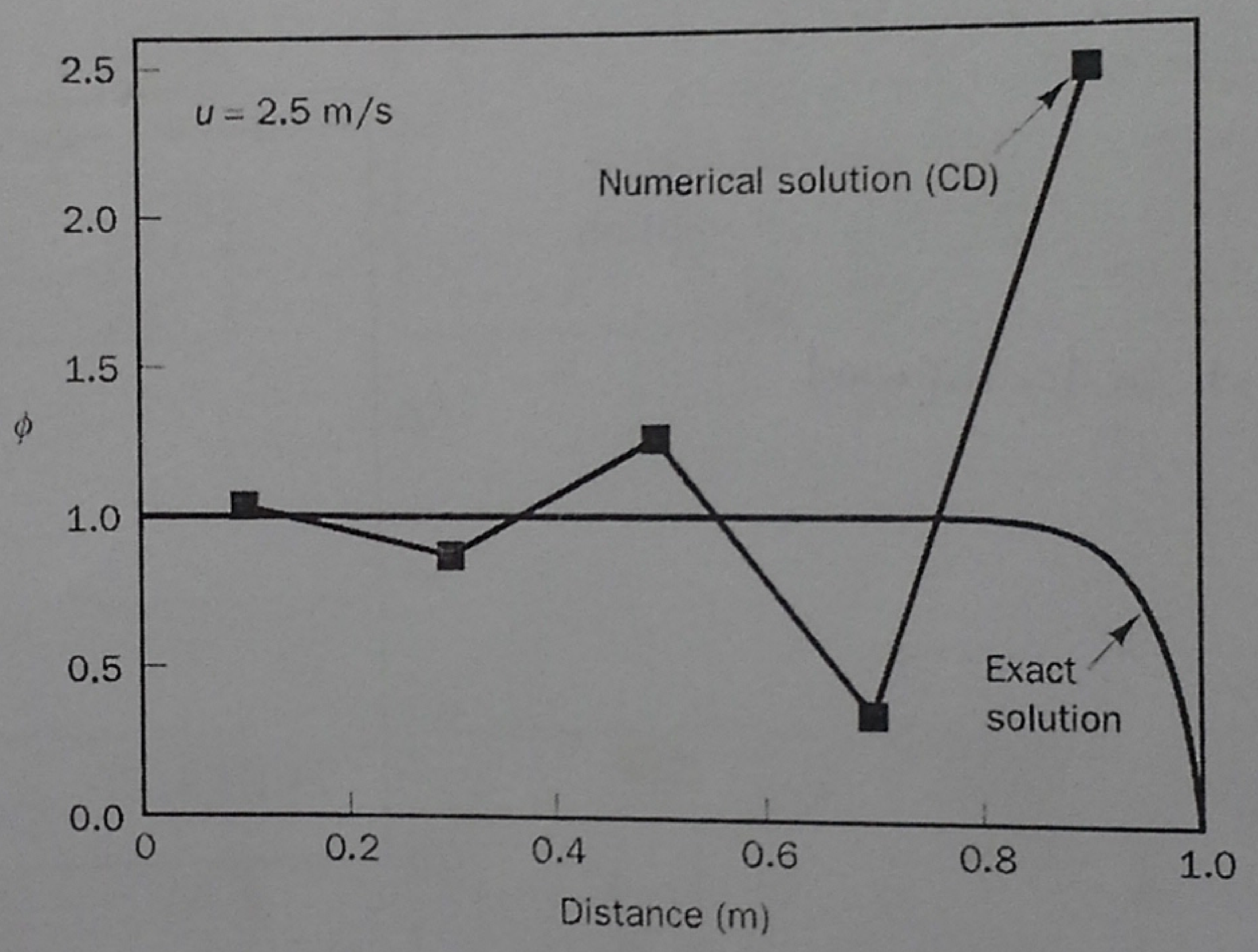


Figure 5.5 Comparison of numerical and analytical solutions for Case 2

2nd Order central

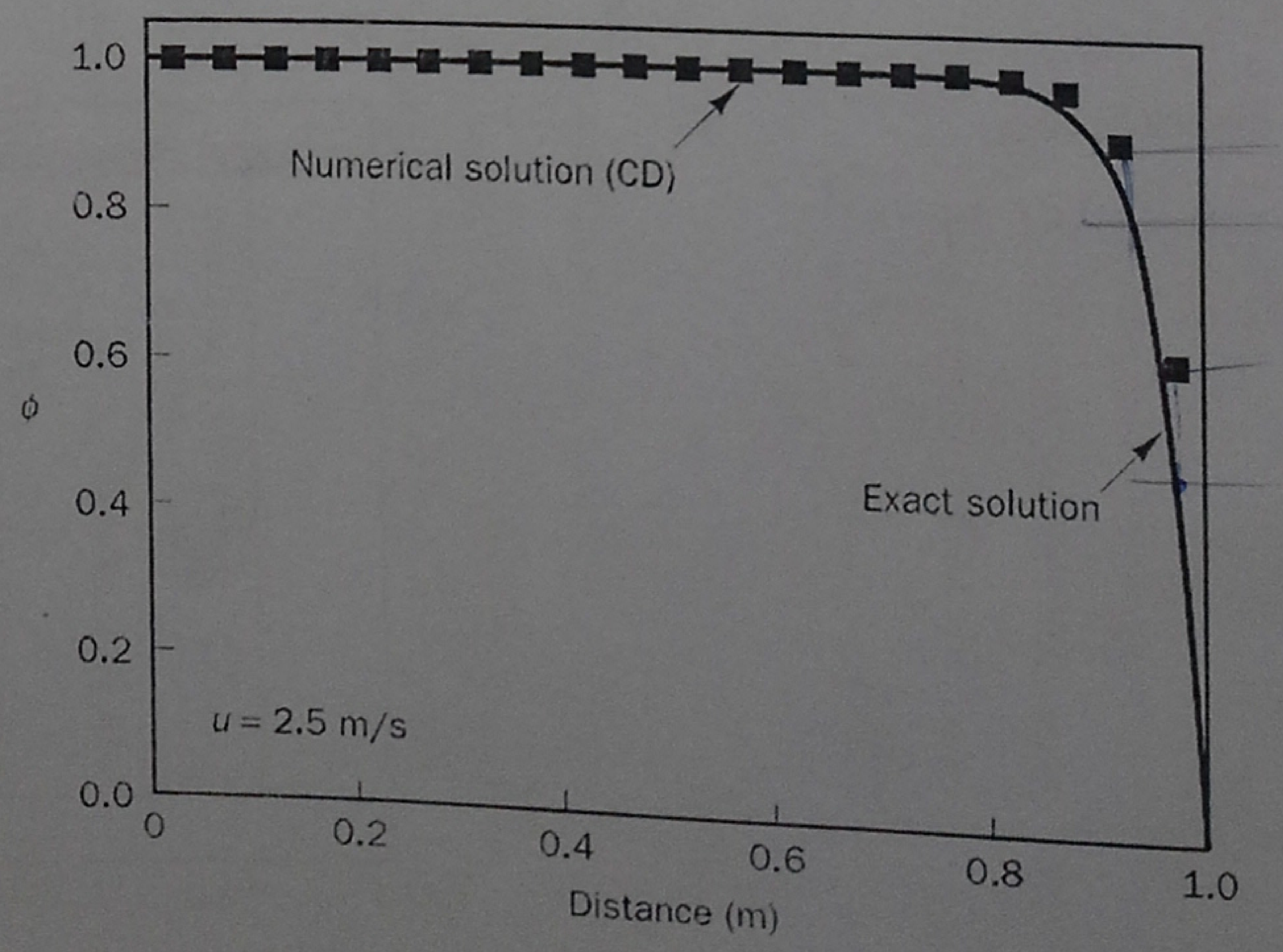


Figure 5.6 Comparison of numerical and analytical solutions for Case 3

2nd Order central